

ਪ੍ਰ 1. 6 ਅਤੇ 20 ਦਾ ਮ. ਸ. ਵ. ਯੁਕਲਿਡ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰੋ :

ਹੱਲ : $20 = 6 \times 3 + 2$

$6 = 2 \times 3 + 0$

ਬਾਕੀ = 0 ਅਤੇ ਭਾਜਕ = 2

ਮ. ਸ. ਵ. = 2 ਉੱਤਰ

ਪ੍ਰ 2. 65 ਅਤੇ 135 ਦਾ ਮ. ਸ. ਵ. ਯੁਕਲਿਡ ਵੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $135 = 65 \times 2 + 5$

$65 = 5 \times 13 + 0$

ਬਾਕੀ = 0 ਅਤੇ ਭਾਜਕ = 5

ਮ. ਸ. ਵ. = 5 ਉੱਤਰ

ਪ੍ਰ 3. 20 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ।

ਹੱਲ : $20 = 2 \times 2 \times 5$

$= 2^2 \times 5^1$ ਉੱਤਰ

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

ਪ੍ਰ 4. 156 ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਓ।

ਹੱਲ : $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

$= 2^2 \times 3^1 \times 13^1$ ਉੱਤਰ

$$\begin{array}{r|l} 2 & 156 \\ \hline 2 & 78 \\ \hline 3 & 39 \\ \hline & 13 \end{array}$$

ਪ੍ਰ 5. 18 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $18 = 2 \times 3 \times 3$

$= 2^1 \times 3^2$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$= 2^2 \times 3^1$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

ਲ. ਸ. ਵ. = ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ

$\therefore$ ਲ. ਸ. ਵ. = $3^2 \times 2^2 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$ ਉੱਤਰ

ਪ੍ਰ 6. $\frac{30}{8}$ ਨੂੰ ਦਸ਼ਮਲਵ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਹੱਲ : $\frac{30}{8} = \frac{2^1 \times 3^1 \times 5^1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{2^1 \times 3^1 \times 5^1}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3} = \frac{2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 5^3}{2^3 \times 5^3}$

$= \frac{2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 5^3}{10^3} = \frac{3750}{1000} = 3.75$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

ਪ੍ਰ 7. 0.75 ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਹੱਲ : $0.75 = \frac{75}{100}$ ਉੱਤਰ

ਪ੍ਰ 8. ਪਰਿਮੇਯ ਅਤੇ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਪਛਾਣ ਕਰੋ।

(i) $\frac{75}{2}$ (ii) $\sqrt{2}$ (iii) 0.375

$$\text{ਉੱਤਰ : ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ} = \frac{75}{2}, 0.375$$

$$\text{ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ} = \sqrt{2}$$

(4-4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

ਪ੍ਰ 9. 8, 9 ਅਤੇ 25 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : } 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

$$25 = 5 \times 5 = 5^2$$

ਲ. ਸ. ਵ. = ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੀਆਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਵਾਲੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ

$$\text{ਲ. ਸ. ਵ.} = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 = 8 \times 9 \times 25 = 1800 \text{ ਉੱਤਰ}$$

ਪ੍ਰ 10. 15, 12 ਅਤੇ 21 ਦਾ ਮ. ਸ. ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : } 15 = 3 \times 5 = 3^1 \times 5^1$$

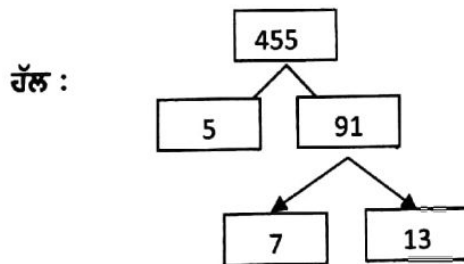
$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$$

$$21 = 3 \times 7 = 3^1 \times 7^1$$

ਮ. ਸ. ਵ. = ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਘਾਤਾਂ ਵਾਲੇ ਸਾਂਝੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ

$$\text{ਮ. ਸ. ਵ.} = 3^1 = 3 \text{ ਉੱਤਰ}$$

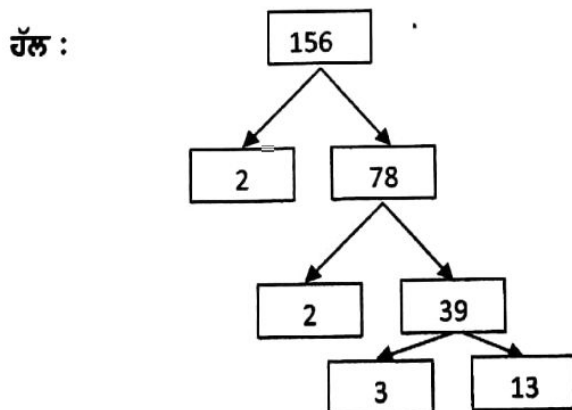
11. 455 ਦੇ (ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ) ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਉ।



$$\begin{array}{r|l} 5 & 455 \\ \hline 7 & 91 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\text{ਉੱਤਰ : } 455 = 5 \times 7 \times 13$$

12. 156 ਦੇ (ਗੁਣਨਖੰਡ ਰੁੱਖ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ) ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਬਣਾਉ।



$$\begin{array}{r|l} 2 & 156 \\ \hline 2 & 78 \\ \hline 3 & 39 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\text{ਉੱਤਰ : } 156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$$

13. ਮ. ਸ. ਵ. (26, 91) = 13 ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਲ. ਸ. ਵ. (26, 91) ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : ਮ. ਸ. ਵ.} \times \text{ਲ. ਸ. ਵ.} = \text{ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ} \times \text{ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ}$$

$$13 \times \text{ਲ. ਸ. ਵ.} = 26 \times 91$$

$$\text{ਲ.ਸ.ਵ.} = \frac{26 \times 91}{13} = 182$$

ਉੱਤਰ: ਲ.ਸ.ਵ. = 182

14. ਮ.ਸ.ਵ. (15, 25) = 5 ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਲ.ਸ.ਵ. (15, 25) ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮ.ਸ.ਵ. $\times$ ਲ.ਸ.ਵ. = ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ $\times$ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ

$$5 \times \text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 15 \times 25$$

$$\text{ਲ.ਸ.ਵ.} = \frac{15 \times 25}{5} = 75$$

ਉੱਤਰ: ਲ.ਸ.ਵ. = 75

15. ਸੰਖਿਆਵਾਂ 6, 72 ਅਤੇ 120 ਦਾ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\text{ਲ.ਸ.ਵ.} = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

ਉੱਤਰ = 360

2	72	2	120
2	36	2	60
2	18	2	30
3	9	3	15
3	3	5	5
	1		1

16. ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ ਕਿ $7 \times 11 \times 13 + 13$ ਇੱਕ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੱਲ: $7 \times 11 \times 13 + 13 = 13 (7 \times 11 + 1)$

$$= 13 (77 + 1)$$

$$= 13 \times 78$$

$$= 13 \times 13 \times 3 \times 2$$

2	78
3	39
13	13
	1

ਇਹ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ।

$\therefore = 7 \times 11 \times 13 + 13$, ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਉੱਤਰ

ਅਧਿਆਇ - 2

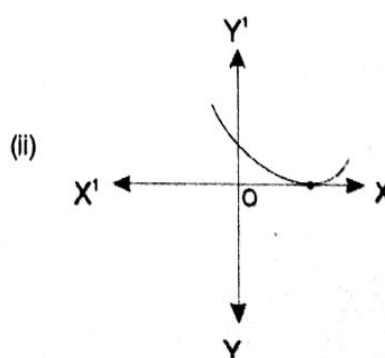
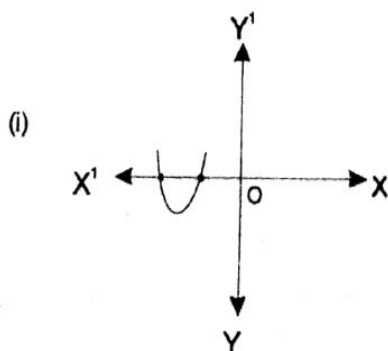
(3-3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $ax^2 + bx + c$ ਦੇ ਸਿਫਰਾਂ α ਅਤੇ β ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਸੂਤਰ ਲਿਖੋ।

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = - = \frac{-(x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ})}{x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{ਅਚਲ ਪਦ}}{x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}$$

2. ਕਿਸੇ ਬਹੁਪਦ $p(x)$ ਦੇ ਲਈ $y = p(x)$ ਦਾ ਅਲੇਖ ਹੇਠਾਂ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। $p(x)$ ਦੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ :

- (i) ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 2 ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਗੁਣ x -ਧਰੇ ਨੂੰ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ
(ii) ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ 1 ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਗੁਣ, x -ਧਰੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ ਉੱਤਰ

3. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $x^2 + 7x + 10$ ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 + 7x + 10$

$$\begin{aligned} &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x(x+5) + 2(x+5) \\ &= (x+5)(x+2) \end{aligned}$$

∴ $x^2 + 7x + 10$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇਗਾ

ਜੇਕਰ $x+5 = 0$ ਹੋਵੇ ਜਾਂ $x+2 = 0$

$$\therefore x = -5 \text{ ਜਾਂ } x = -2$$

ਉੱਤਰ = $x^2 + 7x + 10$ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ -5 ਅਤੇ -2 ਹਨ।

4. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $x^2 - 2x - 8$ ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : $x^2 - 2x - 8$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 4x + 2x - 8 \\ &= x(x-4) + 2(x-4) \\ &= (x-4)(x+2) \end{aligned}$$

∴ $x^2 - 2x - 8$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇਗਾ

ਜੇਕਰ $x-4 = 0$ ਜਾਂ $x+2 = 0$ ਹੋਵੇ

$$x = 4 \text{ ਜਾਂ } x = -2$$

ਉੱਤਰ = $x^2 - 2x - 8$ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ 4 ਅਤੇ -2 ਹਨ।

5. $x^2 - 2x - 3$ ਨੂੰ $x-1$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ।

ਹੱਲ :

$$\begin{array}{r} x-1 \overline{) x^2 - 2x - 3} \quad x-1 \\ \underline{x^2 - x} \\ -x-3 \\ \underline{-x+1} \\ -4 \end{array}$$

ਬਾਕੀ

ਉੱਤਰ: ਭਾਗਫਲ $x-1$ ਅਤੇ ਬਾਕੀ -4

6. ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ 4 ਅਤੇ -2 ਹਨ। ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਸਿਫਰ $\alpha = 4$ ਅਤੇ $\beta = -2$

ਸਿਫਰ ਦਾ ਜੋੜ $\alpha + \beta = 4 - 2 = 2$

ਸਿਫਰ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $\alpha\beta = 4 \times -2 = -8$

7. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $x^2 - 4$ ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 - 4$

$$= (x^2) - (2)^2$$

$$= (x+2)(x-2)$$

$x^2 - 4$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਿਫਰ ਹੋਵੇਗਾ

ਜੇਕਰ $x+2=0$ ਜਾਂ $x-2=0$

$$x=-2 \text{ ਜਾਂ } x=2$$

ਉੱਤਰ : -2 ਅਤੇ 2 ਹਨ।

8. $2x^2+3x+1$ ਨੂੰ $x+2$ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ।

ਹੱਲ :

$$\begin{array}{r} x+2 \overline{) 2x^2+3x+1} \quad (2x-1 \\ \underline{2x^2+4x} \\ -x+1 \\ \underline{-x-2} \\ + \\ 3 \end{array}$$

ਬਾਕੀ

ਉੱਤਰ : ਭਾਗ ਫਲ $2x-1$ ਅਤੇ ਬਾਕੀ $= 3$

4-4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

9. x^3-3x^2+5x-3 ਨੂੰ x^2-2 ਨਾਲ ਭਾਗ ਦਿਓ।

ਹੱਲ :

$$\begin{array}{r} x^2-2 \overline{) x^3-3x^2+5x-3} \quad (x-3 \\ \underline{x^3-2x^2} \\ -x^2+5x-3 \\ \underline{-x^2+2x} \\ -3x-3 \\ \underline{-3x+6} \\ + \\ 7x-9 \end{array}$$

ਬਾਕੀ

ਉੱਤਰ :

ਭਾਗਫਲ $x-3$; ਬਾਕੀ $= 7x-9$

10. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ -3 ਅਤੇ 2 ਹੈ।

ਹੱਲ : ਜਦੋਂ ਸਿਫਰਾਂ α ਅਤੇ β ਹੋਣ ਤਾਂ

$$\alpha + \beta = \frac{-3}{1} = \frac{-b}{a} \Rightarrow \text{ਜੇਕਰ } a=1 \text{ ਤਾਂ } b=3$$

$$\alpha \cdot \beta = 2 = \frac{c}{a} \quad \text{ਅਤੇ } c=2 \text{ ਹੋਵੇਗਾ।}$$

$$\text{ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ} = ax^2+bx+c$$

$$= x^2+3x+2 \text{ ਉੱਤਰ}$$

11. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ x^2-9 ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : x^2-9

$$= (x)^2 - (3)^2$$

$$= (x+3)(x-3)$$

$$x+3=0 \text{ ਜਾਂ } x-3=0$$

$$x=-3 \text{ ਜਾਂ } x=3$$

ਸਿਫਰਾਂ -3 ਅਤੇ 3 ਹਨ।

$$\text{ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ} = -3+3=0$$

$$\text{ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ} = -3 \times 3 = -9 \text{ ਉੱਤਰ}$$

12. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 1 ਅਤੇ 1 ਹਨ।

ਹੱਲ : ਜੇਕਰ α ਅਤੇ β ਸਿਫਰਾਂ ਹਨ ਤਾਂ

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{1}$$

ਜੇਕਰ $a=1$ ਤਾਂ $b=-1$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 1$$

ਅਤੇ $c=1$

ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $ax^2 + bx + c = x^2 - x + 1$

13. $x^2 + 7x - 3$ ਦੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $\alpha + \beta = -\left(\frac{x\text{ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}{x^2\text{ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}\right) = \frac{-7}{1}$

ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $\alpha \cdot \beta = \frac{\text{ਅਚਲ ਪਦ}}{x^2\text{ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}} = \frac{-3}{1}$

14. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $6x^2 - 7x - 3$ ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਸਿਫਰਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਬੰਧ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $6x^2 - 7x - 3$

$$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$$

$$= 3x(2x-3) + 1(2x-3)$$

$$= (3x+1)(2x-3)$$

$$3x+1=0 \text{ ਜਾਂ } 2x-3=0$$

$$3x=-1 \text{ ਜਾਂ } 2x=3$$

$$x = \frac{-1}{3} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$\text{ਜੋੜ} = \alpha + \beta = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{ਜੋੜ} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\text{ਗੁਣਨਫਲ} = \alpha \cdot \beta = \frac{3}{2} \times \frac{-1}{3} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{ਗੁਣਨਫਲ} = \frac{c}{a} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

15. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਿਹੜੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਹਨ ?

(i) $2y^2 - 3y + 4$

(ii) $\frac{1}{x-1}$

(iii) $x^2 - 4x - \sqrt{2}$

(iv) $\sqrt{3}x + 2x^2 + 1$

ਉੱਤਰ : ਜੇਕਰ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਕਿਸੇ ਪਦ ਦੀ ਘਾਤ 2 ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ ਦੋ ਘਾਤੀ ਵਿਅੰਜਕ ਹੈ।

(i)(iii) ਅਤੇ (iv) ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਹਨ।

16. ਕੀ $2x-3, 6x^2-7x-3$ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ?

ਹੱਲ :

$$\begin{array}{r} 2x-3 \overline{) 6x^2 - 7x - 3} \quad (3x+1 \\ \underline{6x^2 - 9x} \\ 2x - 3 \\ \underline{2x - 3} \\ 0 \end{array} \quad \text{ਬਾਕੀ}$$

ਬਾਕੀ ਸਿਫਰ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $2x-3, 6x^2-7x-3$ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

ਅਧਿਆਇ -3

(3-3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਸਮੀਕਰਣ $x+y=10$ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $x=2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x+y=10$

x ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ

$2+y=10$

$y=10-2=8$

ਉੱਤਰ : y ਦਾ ਮੁੱਲ = 8

2. ਸਮੀਕਰਣ $2x+3y=14$ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ $y=2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $2x+3y=14$

y ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰ ਕੇ

$2x+3(2)=14$

$2x+6=14$

$2x=14-6=8$

$x=\frac{8}{2}=4$

ਉੱਤਰ : x ਦਾ ਮੁੱਲ = 4

3. ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ $a_1x+b_1y+c_1=0$ ਅਤੇ $a_2x+b_2y+c_2=0$ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਦੱਸੋ ਕਿ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਆਲੇਖੀ ਨਿਰੂਪਣ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : (i) ਜੇਕਰ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ਤਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

(ii) ਜੇਕਰ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ਤਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸੰਪਾਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

(iii) ਜੇਕਰ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ਤਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਉੱਤਰ

4. ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ $a_1x+b_1y+c_1=0$ ਅਤੇ $a_2x+b_2y+c_2=0$ ਵਿੱਚ ਚਲਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਰਾਹੀਂ ਦੱਸੋ ਕਿ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਬੀਜ ਗਣਿਤ ਨਿਰੂਪਣ ਹੱਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ।

ਹੱਲ : (i) ਜੇਕਰ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ਤਾਂ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ

(ii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ਤਾਂ ਅਨੇਕ ਹੱਲ

(iii) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ਤਾਂ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਉੱਤਰ

5. $5x+7y+12=0$ ਅਤੇ $4x+8y+5=0$ ਵਿੱਚ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1=5$ ਅਤੇ $a_2=4$

$b_1=7$ $b_2=8$

$c_1=12$ $c_2=5$

6. $2x+3y=8$ ਅਤੇ $4x+6y=9$ ਵਿੱਚ $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: $a_1=2$ ਅਤੇ $a_2=4$

$$b_1=3 \quad b_2=6$$

$$c_1=8 \quad c_2=9$$

7. ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਣਾਲੀ $5x+4y+8=0$ ਅਤੇ $7x+6y+9=0$ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

ਹੱਲ: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{6}$ ਅਤੇ $\frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9}$

ਕਿਉਂਕਿ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ ਜੋੜੇ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ।

8. ਸਮੀਕਰਣ ਜੋੜੇ $2x+3y+9=0$ ਅਤੇ $4x+6y+18=0$ ਦਾ ਅਲੇਖੀ ਨਿਰੂਪਣ ਸੰਪਾਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ?

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ਇਸ ਲਈ ਅਲੇਖੀ ਨਿਰੂਪਣ ਸੰਪਾਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

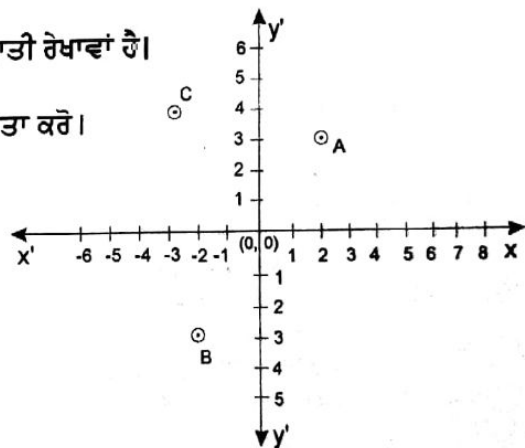
9. ਦਿੱਤੇ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂਆਂ A, B ਅਤੇ C ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:

A (2,3)

C (-3,4)

B (-2,-3)



(4-4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

10. ਸਮੀਕਰਣ ਜੋੜੇ $x+y=5$ ਅਤੇ $x-y=15$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ x, y ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ: } x+y=5$$

$$\text{ਜੋੜੋ } x-y=15$$

$$2x=20$$

$$x=\frac{20}{2}=10$$

$$x=10$$

$$x+y=5$$

$$10+y=5 \quad (x \text{ ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਕੇ})$$

$$y=5-10$$

$$y=-5$$

ਉੱਤਰ: $x=10$ ਅਤੇ $y=-5$

11. ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ $x+3y=6$ ਅਤੇ $2x-3y=12$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x+3y=6$

$$2x-3y=12$$

$$3x=18$$

$$x=\frac{18}{3}=6$$

$$x+3y=6$$

$$6+3y=6 \quad (x \text{ ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਕੇ})$$

$$3y=6-6=0$$

$$y=\frac{0}{3}=0$$

$$y=0 \quad \text{ਉੱਤਰ : } x=6 \text{ ਅਤੇ } y=0$$

12. ਸਮੀਕਰਣ ਜੋੜੇ $5x+6y+7=0$ ਅਤੇ $7x+12y+8=0$ ਦੇ ਆਲੇਖ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਵਾਂ, ਕਾਟਵੀਆਂ ਹਨ, ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਜਾਂ ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ, ਗੁਣਾਂਕ ਤੁਲਨਾ ਕਰਕੇ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $5x+6y+7=0$

$$7x+12y+8=0$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$\therefore$ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ ਅਤੇ ਗ੍ਰਾਫ ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਹੱਲ ਹਨ।

13. 5 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 7 ਕਲਮਾਂ ਦਾ ਕੁੱਲ ਮੁੱਲ ₹50 ਹੈ ਜਦ ਕਿ 7 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 5 ਕਲਮਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹46 ਹੈ ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਲਮ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ x

ਇੱਕ ਕਲਮ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ y

$$\therefore (5x+7y=50) \times 7$$

$$(7x+5y=46) \times 5$$

$$35x+49y=350$$

$$35x+25y=230$$

$$\begin{array}{r} - \quad - \quad - \\ 24y=120 \end{array}$$

$$\therefore y = \frac{120}{24} = 5$$

$y=5$ ਮੁੱਲ ਦਾ ਸਮੀਕਰਨ $5x+7y=50$ ਵਿੱਚ ਭਰ ਕੇ

$$5x+7(5)=50$$

$$5x=50-35$$

$$5x=15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

∴ ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 3

ਇੱਕ ਕਲਮ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ 5

14. 5 ਸੰਗਤਰੇ ਅਤੇ 3 ਸੇਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹35 ਹੈ ਅਤੇ 2 ਸੰਗਤਰੇ ਅਤੇ 4 ਸੇਬਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹28 ਹੈ। ਇੱਕ ਸੰਗਤਰੇ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੇਬ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੱਸੋ ?

ਹੱਲ : ਸਮੀਕਰਣ ਬਣਾਏ ਹਨ :

$$5x + 3y = 35 \quad] \times 2$$

$$2x + 4y = 28 \quad] \times 5$$

$$10x + 6y = 70$$

$$10x + 20y = 140$$

$$\text{ਘਟਾਓ} \quad - \quad - \quad -$$

$$-14y = -70$$

$$y = \frac{70}{14} = 5$$

$$5x + 3y = 35$$

$$5x + 3(5) = 35 \quad (y \text{ ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਕੇ})$$

$$5x + 15 = 35$$

$$5x = 35 - 15 = 20$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

∴ ਇੱਕ ਸੰਗਤਰੇ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹4

ਇੱਕ ਸੇਬ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹5 ਉੱਤਰ

15. p ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮੀਕਰਣ ਜੋੜੇ $4x + py + 8 = 0$ ਅਤੇ $2x + 2y + 2 = 0$ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ ?

ਹੱਲ : $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{p}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$

ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਲਈ : $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$$\frac{2}{1} \neq \frac{p}{2}$$

$$p \neq 4$$

ਉੱਤਰ p ਦਾ ਮੁੱਲ $p \neq 4$

16. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 26 ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ = x

ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ = y

ਸ਼ਰਤਾਂ ਅਨੁਸਾਰ : $x - y = 26 \text{ -----(i)}$

ਅਤੇ $x = 3y \text{ -----(ii)}$

x ਦਾ ਮੁੱਲ (i) ਵਿੱਚ ਭਰੋ

$$3y - y = 26$$

$$2y = 26$$

$$y = \frac{26}{2} = 13$$

ਸਮੀਕਰਣ $x - y = 26$ ਵਿੱਚ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$x - 13 = 26$$

$$x = 26 + 13 = 39$$

ਉੱਤਰ

$$\left[\begin{array}{l} \text{ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ} = 39 \\ \text{ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ} = 13 \end{array} \right.$$

17. ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ $x + 2y - 4 = 0$ ਅਤੇ $2x + 4y - 12 = 0$

ਨੂੰ ਅਲੇਖੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $x + 2y - 4 = 0$

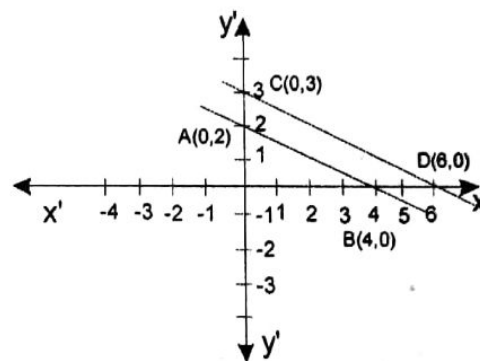
	A	B
x	0	4
y	2	0

$$2x + 4y - 12 = 0$$

	C	D
x	0	6
y	3	0

ਗੁਣ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ

∴ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ



ਅਧਿਆਇ - 4

(3-3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

- (i) ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ ਲਿਖੋ।
(ii) ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਲਈ 'D' ਦਾ ਸੂਤਰ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ (i) $ax^2 + bx + c = 0$ ਜਿੱਥੇ $a \neq 0$

(ii) $D = b^2 - 4ac$

2. ਕੀ $(x+1)^2 = 7$ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ?

ਹੱਲ: $(x+1)^2 = 7$

$$x^2 + 2x + 1 = 7$$

$$x^2 + 2x + 1 - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$x \text{ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਘਾਤ} = 2$$

∴ $(x+1)^2 = 7$ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ।

3. ਕੀ $x^2 - 2x = -x(3 - x)$ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ ?

ਹੱਲ : $x^2 - 2x = -x(3 - x)$

$$x^2 - 2x = -3x + x^2$$

$$x^2 - 2x + 3x - x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$x \text{ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਘਾਤ } = 1$$

ਉੱਤਰ : $x^2 - 2x = -x(3 - x)$ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਨਹੀਂ ਹੈ।

4. $x^2 - 3x - 10 = 0$ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਮੂਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$(x - 5) \text{ ਜਾਂ } (x + 2) = 0$$

$$(x - 5) \text{ ਜਾਂ } x = -2$$

$$x = 5, -2$$

ਉੱਤਰ : ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 - 3x - 10 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ 5 ਅਤੇ -2 ਹਨ।

5. ਦੋ ਘਾਤੀ $x^2 + 5x + 2 = 0$ ਸਮੀਕਰਣ ਦਾ ਡਿਸਕ੍ਰਿਮੀਨੈਂਟ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 + 5x + 2 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ ਮਿਆਰੀ ਰੂਪ}$$

$$\therefore a = 1, b = 5, c = 2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (5)^2 - 4(1)(2)$$

$$= 25 - 8 = 17$$

$$\text{ਉੱਤਰ : } D = 17$$

6. $ax^2 + bx + c = 0$ ਦੇ ਮੂਲਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸ਼ਰਤਾਂ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਲਈ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

(1) ਜੇਕਰ $b^2 - 4ac > 0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੋ ਭਿੰਨ ਭਿੰਨ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੂਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(2) ਜੇਕਰ $b^2 - 4ac = 0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੂਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

(3) ਜੇਕਰ $b^2 - 4ac < 0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਕੋਈ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੂਲ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।

7. ਕੀ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ?

ਹੱਲ : $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, b = -2, c = 1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4(1)(1)$$

$$= 4 - 4 = 0$$

$D = 0$ $\therefore$ ਮੂਲ ਵਾਸਤਵਿਕ ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ। ਉੱਤਰ

8. ਕੀ $y^2 - 11y + 30 = 0$ ਦੇ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ ਦੇ ਮੂਲ ਵਾਸਤਵਿਕ ਹਨ?

ਹੱਲ: $y^2 - 11y + 30 = 0$

$$ay^2 + by + c = 0$$

$$a = 1, b = -11, c = 30$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-11)^2 - 4(1)(30)$$

$$= 121 - 120 = 1$$

ਕਿਉਂਕਿ $D > 0$

$\therefore$ ਮੂਲ ਵਾਸਤਵਿਕ ਹਨ। ਉੱਤਰ

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

9. ਕੀ ਦੇ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਸੰਭਵ ਹਨ?

ਹੱਲ: $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 2, b = -7, c = 3$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-7)^2 - 4(2)(3)$$

$$= 49 - 24 = 25$$

$D > 0$ $\therefore$ ਮੂਲ ਵਾਸਤਵਿਕ ਹਨ ਇਸ ਲਈ ਮੂਲ ਸੰਭਵ ਹਨ। ਉੱਤਰ

10. $(x-2)^2 = 0$ ਮੂਲਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਕਿਤੀ ਦੱਸੋ ਅਤੇ ਮੂਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4(1)(4)$$

$$16 - 16 = 0$$

$$D = 0$$

ਮੂਲ ਵਾਸਤਵਿਕ ਅਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

$$(x-2)^2 = 0$$

$$(x-2)(x-2) = 0$$

$$x-2 = 0 \text{ ਜਾਂ } x-2 = 0$$

$$x = 2 \text{ ਜਾਂ } x = 2$$

$$x = 2, 2$$

ਉੱਤਰ ਮੂਲ 2, 2 ਹਨ।

11. ਸਮੀਕਰਣ $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ਲਈ ਦੇ ਘਾਤੀ ਸੂਤਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਮੂਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $3x^2 - 5x + 2 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 3, b = -5, c = 2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (-5)^2 - 4(3)(2)$$

$$= 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2(3)}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$x = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$x = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ਇਸ ਲਈ ਮੁੱਲ 1 ਅਤੇ $\frac{2}{3}$ ਹਨ। ਉੱਤਰ $x=1, \frac{2}{3}$

12. ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 - 2x - 8 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$a=1, b=-2, c=-8$$

$$D = (b)^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4(1)(-8)$$

$$= 4 + 32 = 36$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x = \frac{2-6}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

ਉੱਤਰ : ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 + 2x - 8 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ 4 ਅਤੇ -2 ਹਨ।

13. ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $2x^2 + x - 6 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਸੰਭਵ ਹੋਣ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $2x^2 + x - 6 = 0$

$$a=2, b=1, c=-6$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (1)^2 - 4(2)(-6)$$

$$= 1 + 48 = 49$$

ਕਿਉਂਕਿ $D > 0 \therefore$ ਮੂਲ ਸੰਭਵ ਹਨ।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-1 \pm 7}{4}$$

$$x = \frac{-1+7}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-1-7}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

ਉੱਤਰ : ਮੂਲ $\frac{3}{2}$ ਅਤੇ -2 ਹਨ

14. ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਟਾਂਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 290 ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਦੋ ਟਾਂਕ ਲਗਾਤਾਰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ $x+2$ ਹਨ

ਸ਼ਰਤ ਅਨੁਸਾਰ :

$$(x)^2 + (x+2)^2 = 290$$

$$2x^2 + 4x + 4 - 290 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 286 = 0$$

$$2(x^2 + 2x - 143) = 0$$

$$2 \neq 0$$

$$\therefore x^2 + 2x - 143 = 0$$

$$x^2 + 13x - 11x - 143 = 0$$

$$x(x-13) - 11(x+13) = 0$$

$$(x+13)(x-11) = 0$$

$$x+13=0 \text{ ਜਾਂ } x-11=0$$

$$x = -13 \quad x = 11$$

$x = -13$ ਰੱਦ (ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਹਨ)

$$\therefore x = 11$$

ਉੱਤਰ : ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ = 11

$$\text{ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ} = 11+2 = 13$$

15. ਜੇਕਰ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $x^2 + 2x + k = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $x^2 + 2x + k = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a=1, b=2, c=k$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (2)^2 - 4(1)(k)$$

$$= 4 - 4k$$

$$\text{ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ ਤਾਂ } b^2 - 4ac = 0$$

$$\text{ਜਾਂ } 4 - 4k = 0$$

$$\text{ਜਾਂ } 4 = 4k$$

$$\text{ਜਾਂ } \frac{4}{4} = k$$

$$\therefore 1 = k$$

$$\therefore k \text{ ਦਾ ਮੁੱਲ} = 1 \text{ ਉੱਤਰ}$$

16. ਜੇਕਰ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਣ $2x^2 + kx + 3 = 0$ ਦੇ ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $2x^2 + kx + 3 = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a=2, b=k, c=3$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= (k)^2 - 4(2)(3)$$

$$= k^2 - 24$$

ਮੂਲ ਸਮਾਨ ਹਨ : $\therefore D = 0$

$$k^2 - 24 = 0$$

$$k^2 = 24$$

$$k^2 = 4 \times 6$$

$$k = \pm \sqrt{4 \times 6}$$

$$k = \pm 2\sqrt{6}$$

k ਦਾ ਮੁੱਲ $= \pm 2\sqrt{6}$ ਉੱਤਰ

ਅਧਿਆਇ - 5

(3-3 ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. $-3, 0, 3, 6, 9, \dots$ —ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ ਵਿੱਚੋਂ ਖਾਲੀ ਬਾਕਸ ਭਰੋ।

$$\begin{aligned} a_1 &= \boxed{} \\ a_2 &= \boxed{} \\ a_3 &= \boxed{} \\ a_6 &= \boxed{} \end{aligned}$$

ਹੱਲ : $a_1 = -3, a_2 = 0, a_3 = 3, a_6 = 12$

2. $1, 3, 5, 7, \dots$ —ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ ਪਦ, ਪੰਜਵਾਂ ਪਦ ਅਤੇ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤਰ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1 = 1$
 $a_5 = 9$

ਸਾਂਝਾ ਪਦ $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

3. $0, 5, 10, 15, \dots$ —ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲਾ ਪਦ, ਤੀਜਾ ਪਦ ਅਤੇ ਛੇਵਾਂ ਪਦ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1 = 0$
 $a_3 = 10$
 $a_6 = 25$

4. ਜੇਕਰ $a_1 = 10$ ਅਤੇ $d = 10$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਪਦ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1 = 10, d = 10$
 $a_2 = 10 + 10 = 20$
 $a_3 = 10 + 20 = 30$
 $a_4 = 10 + 30 = 40$

5. ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ।

$-4, \boxed{}, 0, 2, \boxed{}, 6, \boxed{}, 10, \dots$

ਹੱਲ : (i) $= -2$
(ii) $= 4$
(iii) $= 8$

6. ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ਲਈ n ਵਾਂ ਪਦ ਲਿਖੋ ਜੇਕਰ $a_1 = a$ ਅਤੇ ਸਾਂਝਾ ਅੰਤਰ d ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : n ਵਾਂ ਪਦ $a_n = a + (n-1)d$

7. ਅੰਕ ਗਣਿਤ ਲੜੀ $2, 4, 6, 8$ ਵਿੱਚ 10ਵਾਂ ਪਦ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 6$

$$d = a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$$

$$a_{10} = a + (n-1)d$$

$$= 2 + (10-1)2$$

$$= 2 + 9(2)$$

$$= 2 + 18 = 20$$

ਉੱਤਰ 10ਵਾਂ ਪਦ -20

8. A.P. ਵਿੱਚ $a = 4$ ਅਤੇ $d = -3$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਪਦ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ : $a_1 = 4$,

$$d = -3$$

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = a + d = 4 + 1(-3) = 4 - 3 = 1$$

$$a_3 = a + 2d = 4 + 2(-3) = 4 - 6 = -2$$

$$a_4 = a + 3d = 4 + 3(-3) = 4 - 9 = -5$$

$$a_4 = 4 - 9 = -5$$

$$A.P = 4, 1, -2, -5 \quad \text{ਉੱਤਰ}$$

(4 - 4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

9. A.P: 3, 8, 13, 18, ਦਾ ਕਿੰਨਵਾਂ ਪਦ 78 ਹੈ?

ਹੱਲ : $a_1 = 3$, ਆਖਰੀ ਪਦ $a_n = 78$

$$d = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$78 = 3 + (n-1)5$$

$$78 = 3 + 5n - 5$$

$$78 - 3 + 5 = 5n$$

$$80 = 5n$$

$$\frac{80}{5} = n$$

$$16 = n$$

16ਵਾਂ ਪਦ 78 ਹੈ।

10. 7, 13, 19, 205 ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪਦ ਹਨ?

$$a = 7, a_n = 205$$

$$d = 13 - 7 = 6$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$205 = 7 + (n-1)6$$

$$205 = 7 + 6n - 6$$

$$205 - 7 + 6 = 6n$$

$$204 = 6n$$

$$\frac{204}{6} = n$$

$$\therefore 34 = n$$

ਉੱਤਰ : AP ਵਿੱਚ 34 ਪਦ ਹਨ।

11. ਉਹ A.P ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਤੀਜਾ ਪਦ 5 ਅਤੇ 7ਵਾਂ ਪਦ 9 ਹੈ।

$$a_3 = a + 2d = 5$$

$$a_7 = a + 6d = 9$$

ਘਟਾਓ - - - -

$$\underline{-4d = -4}$$

$$d = \frac{-4}{-4} = 1$$

$a + 2d = 5$ ਵਿੱਚ d ਦਾ ਮੁੱਲ ਭਰਨੇ

$$a + 2(1) = 5$$

$$a + 2 = 5$$

$$a = 5 - 2 = 3$$

$\therefore$ A.P ਲੜੀ : 3, 4, 5, 6, 7, ਹੈ। ਉੱਤਰ

12. ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ 2, 4, 6, 8, 20 ਦੇ 10 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $a = 2$

$$d = 4 - 2 = 2, \quad n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2} [(2a + (n-1)d)]$$

$$= \frac{10}{2} [2 \times 2 + (10-1)2]$$

$$= 5[4 + (9 \times 2)]$$

$$= 5[4 + 18]$$

$$= 5 \times 22 = 110$$

A.P ਦੇ 10 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = 110 ਉੱਤਰ

13. ਅੰਕ ਗਣਿਤਕ ਲੜੀ 10, 20, 30, 40, ਦੇ ਪਹਿਲੇ 7 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਦੱਸੋ।

$$a = 10$$

$$d = 20 - 10 = 10$$

$$n = 7$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{7}{2} [2 \times 10 + (7-1)10]$$

$$= \frac{7}{2} [20 + 60]$$

$$= \frac{7}{2} \times 80 = 280$$

A.P ਦੇ ਪਹਿਲੇ 7 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = 280 ਉੱਤਰ

14. ਅੰਕ ਗਣਿਤ ਲੜੀ ਦੇ ਪਹਿਲੇ ਚਾਰ ਪਦ ਲਿਖੋ, ਜੇਕਰ $a_n = 1 + n$ ਹੋਵੇ।

ਮੁੱਲ $n = 1, 2, 3, 4$ ਭਰਨ ਤੇ

$$a_n = 1 + n$$

$$a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_2 = 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = 1 + 3 = 4$$

$$a_4 = 1 + 4 = 5$$

AP: 2, 3, 4, 5 ਉੱਤਰ

15. ਅੰਕ ਗਣਿਤ ਲੜੀ $a_n = 5 + n$ ਦੇ ਪਦ ਲਿਖੋ ਅਤੇ 10ਵਾਂ ਪਦ ਵੀ ਲਿਖੋ।

ਹੱਲ: $a_n = 5 + n$

ਮੁੱਲ $n=1, 2, 3$ ਭਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 5 + 1 = 6$$

$$a_2 = 5 + 2 = 7$$

$$a_3 = 5 + 3 = 8$$

$$a_{10} = 5 + 10 = 15$$

AP ਲੜੀ = 6, 7, 8, ਉੱਤਰ

$$a_{10} = 15$$

16. 8 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 5 ਗੁਣਜਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: 8 ਦੇ ਗੁਣਜ = 8, 16, 24, 32, 40-----

$$a = 8$$

$$d = 16 - 8 = 8$$

$$n = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{5}{2} [2 \times 8 + (5 - 1)8]$$

$$= \frac{5}{2} [16 + 4 \times 8]$$

$$= \frac{5}{2} [16 + 32]$$

$$= \frac{5}{2} \times 48 = 120$$

8 ਦੇ ਪਹਿਲੇ 5 ਗੁਣਜਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = 120

ਅਧਿਆਇ -6

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਬੇਲਜ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਲਿਖੋ।

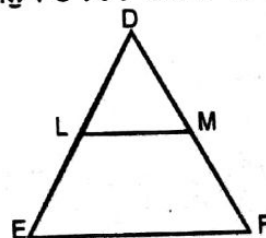
ਉੱਤਰ: ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਬਿੰਦੂਆਂ 'ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੋਈ ਇੱਕ

ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੀ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡੀਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

2. $\triangle DEF$ ਵਿੱਚ $LM \parallel EF$ ਹੈ।

ਤਾਂ ਬੇਲਜ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਨੁਸਾਰ

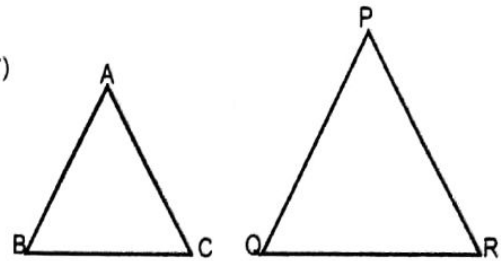
$$\frac{DL}{\square} = \frac{\square}{MF} \quad (\text{ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ})$$



ਉੱਤਰ $\frac{DL}{LE} = \frac{DM}{MF}$

3. ਜੇਕਰ $\triangle ABC \parallel \triangle PQR$ ਹੈ
ਤਾਂ $\frac{ar(\triangle ABC)}{ar(\triangle PQR)} = \frac{AB^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{QR^2}$ (ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ)

ਉੱਤਰ: $\frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$

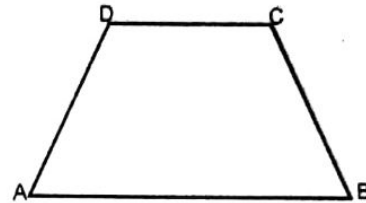


4. ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਿਖੋ।

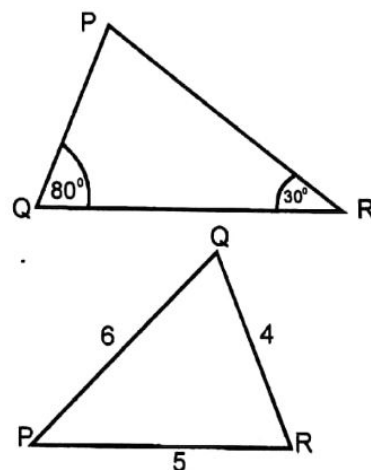
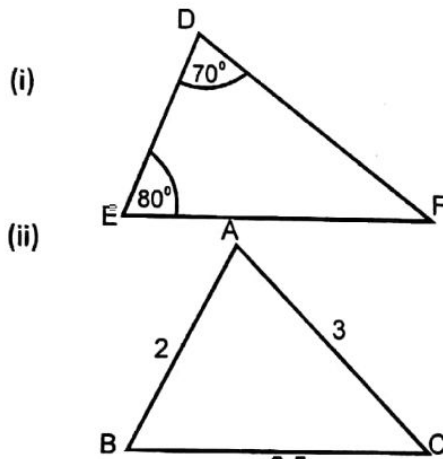
ਉੱਤਰ: ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਕਰਣ ਦਾ ਵਰਗ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਸਮ ਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੀਆਂ
ਸਮਾਂਤਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਅਤੇ ਅਸਮਾਂਤਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: ਸਮਾਂਤਰ ਭੁਜਾਵਾਂ: AB ਅਤੇ DC
ਅਸਮਾਂਤਰ ਭੁਜਾਵਾਂ: AD ਅਤੇ BC



6. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਸਮਰੂਪ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜੋੜਿਆਂ ਨੂੰ ਸੰਕੇਤਕ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।



ਉੱਤਰ: (i) $\triangle DEF \sim \triangle PQR$
(ii) $\triangle ABC \sim \triangle QRP$

(4-4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

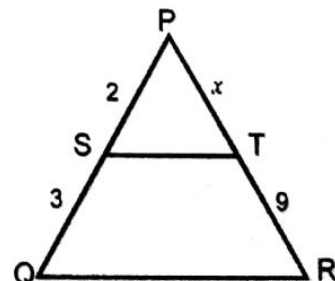
7. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਵਿੱਚ $ST \parallel QR$ ਤਾਂ x ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $\triangle PQR$ ਵਿੱਚ $ST \parallel QR$ ਹੈ

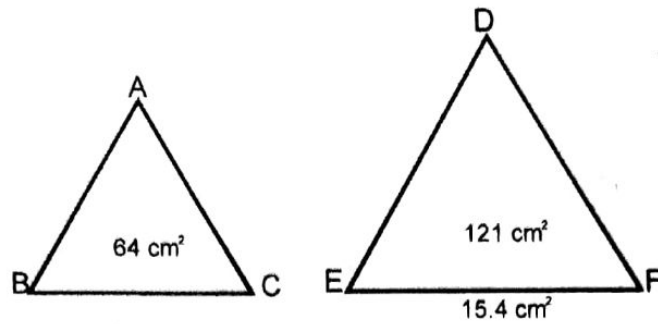
$\therefore$ ਥੇਲਜ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ

$$\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{9} \text{ ਜਾਂ } 3x = 2 \times 9$$

$$x = \frac{2 \times 9}{3} = 6$$



- 8 ਮੰਨ ਲਉ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 64 cm^2 ਅਤੇ 121 cm^2 ਹਨ। ਜੇਕਰ $EF = 15.4 \text{ cm}$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ BC ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$$\therefore \frac{ar(\triangle ABC)}{ar(\triangle DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

ਜਾਂ $\frac{ar(\triangle ABC)}{ar(\triangle DEF)} = \frac{BC^2}{EF^2}$ ਜਾਂ $\frac{64}{121} = \frac{(BC)^2}{(15.4)^2}$

ਜਾਂ $\frac{(8)^2}{(11)^2} = \frac{BC^2}{(15.4)^2}$

ਜਾਂ $\frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$

ਜਾਂ $BC = \frac{15.4 \times 8}{11} = 11.2 \text{ cm}$

9. ABC ਇੱਕ ਸਮ ਦੇ ਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸ ਦਾ C ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $AB^2 = 2AC^2$ ਹੈ।

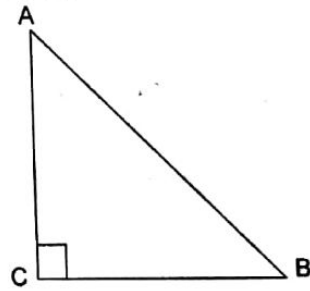
ਹੱਲ : $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ $\angle C = 90^\circ$ ਅਤੇ $AC = BC$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਨੁਸਾਰ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + AC^2 (\because BC = AC)$$

$$\therefore AB^2 = 2AC^2$$



10. 10 m ਲੰਬੀ ਪੌੜੀ ਇੱਕ ਕੰਧ ਨਾਲ ਲਗਾਉਣ 'ਤੇ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲੋਂ 8 m ਦੀ ਉਚਾਈ 'ਤੇ ਸਥਿਤ ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਦੀ ਹੈ। ਕੰਧ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੋਂ ਪੌੜੀ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਸਿਰੇ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਪੌੜੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $AB = 10 \text{ m}$

ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਖਿੜਕੀ ਦੀ ਉਚਾਈ $AC = 8 \text{ m}$

ਕੰਧ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੋਂ ਪੌੜੀ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਸਿਰੇ ਦੀ ਦੂਰੀ = BC

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਅਨੁਸਾਰ

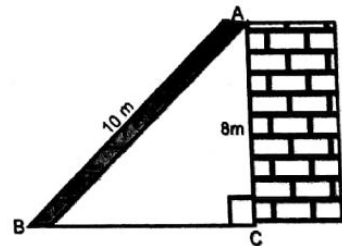
$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$(10)^2 = BC^2 + (8)^2$$

ਜਾਂ $100 = BC^2 + 64 \Rightarrow BC^2 = 100 - 64 = 36 = (6)^2$

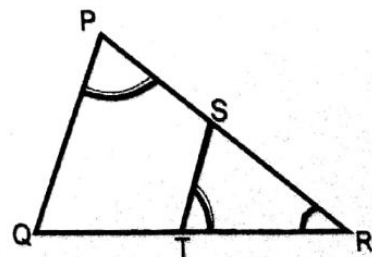
ਜਾਂ $\therefore BC = 6 \text{ m}$

$\therefore$ ਪੌੜੀ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਸਿਰੇ ਦੀ ਕੰਧ ਤੋਂ ਦੂਰੀ = 6 m



11. $\triangle PQR$ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ PR ਅਤੇ QR ਉੱਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਿੰਦੂ S

ਅਤੇ T ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਿਤ ਹਨ ਕਿ $\angle P = \angle RTS$ ਹੈ। ਦਿਖਾਉ ਕਿ $\triangle RPQ \sim \triangle RTS$ ਹੈ।



ਹੱਲ : ΔPQR ਵਿੱਚ

$$\angle P = \angle RTS \text{ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)}$$

$\therefore$ ਹੁਣ ΔRPQ ਅਤੇ ΔRTS ਵਿੱਚ

$$\angle R = \angle R \text{ ਸਾਂਝਾ}$$

$$\angle P = \angle RTS \text{ (ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ)}$$

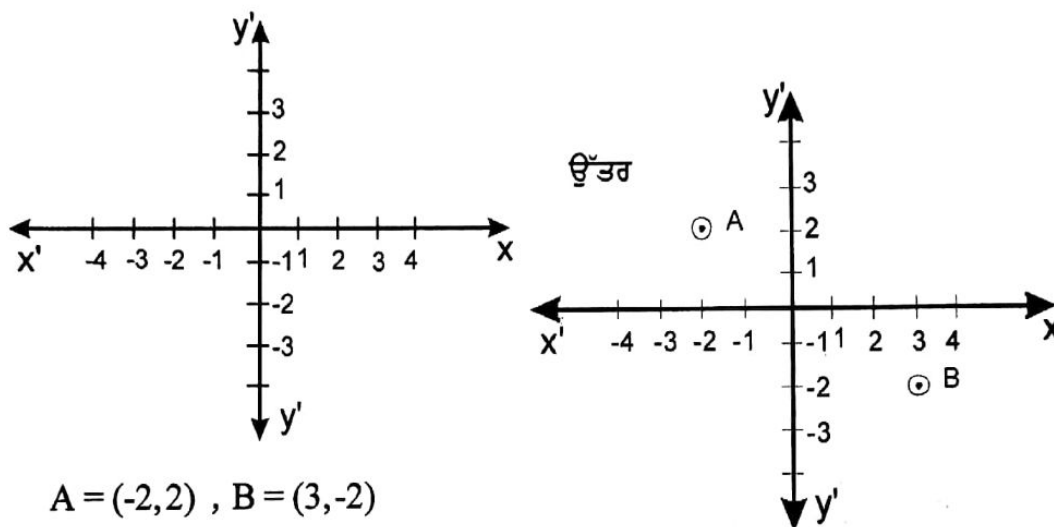
$\therefore$ ਸਮਰੂਪਤਾ ਦੇ AA ਨਿਯਮ ਨਾਲ

$$\Delta RPQ \sim \Delta RTS$$

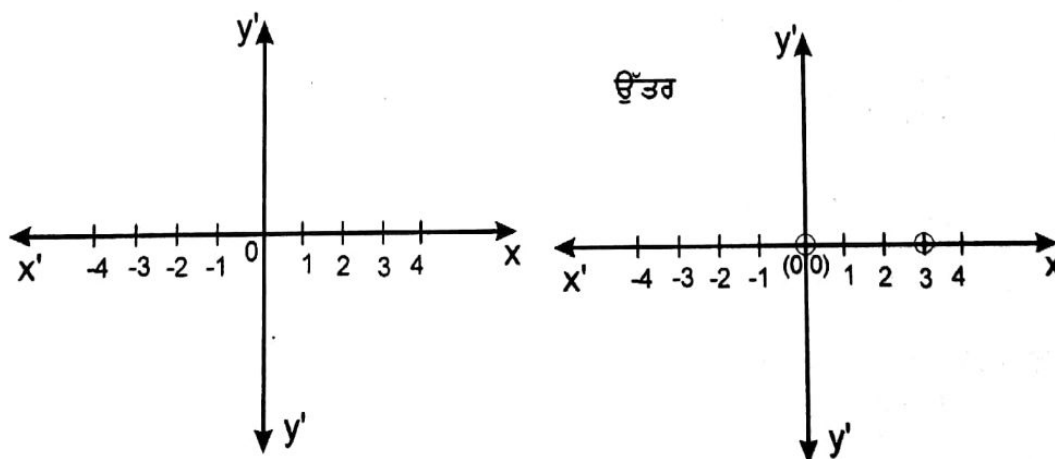
ਅਧਿਆਇ 7

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਦਿੱਤੇ ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ ਤੇ ਦੂਜੀ ਅਤੇ ਚੌਥੀ ਚੌਥਾਈ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



2. ਦਿੱਤੇ ਗ੍ਰਾਫ ਤੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ X ਧੁਰੇ ਤੇ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।



3. ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ $P(1, 2)$ ਅਤੇ $Q(3, 4)$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3 - 1)^2 + (4 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

4. ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ਬਣਨ ਵਾਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਸੂਤਰ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

5. ਜੇ ਬਿੰਦੂ $X(x, y)$ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(x_1, y_1)$ ਅਤੇ $B(x_2, y_2)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ $m:n$ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ

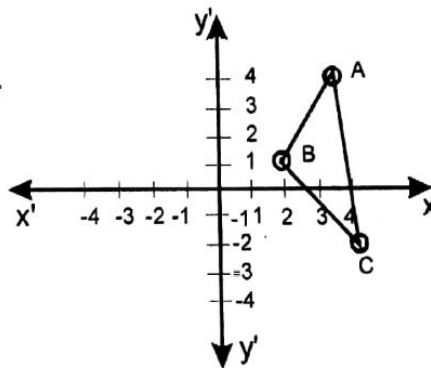
ਹੋਵੇ ਅਤੇ $x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $y = ?$ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਉੱਤਰ: $y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

6. ਬਿੰਦੂਆਂ $A(x_1, y_1)$ ਅਤੇ $B(x_2, y_2)$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸੂਤਰ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

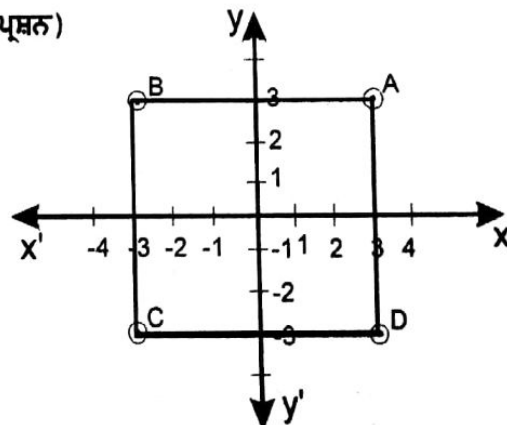
7. ਇੱਕ ਗ੍ਰਾਫ ਤੇ ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਤੇ ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਬਣ ਜਾਵੇ।



ਉੱਤਰ: $A(3, 4)$, $B(2, 1)$, $C(4, -2)$

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

8. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਗ੍ਰਾਫ ਤੇ ਵਰਗ ABCD ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ C ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ $(-3, -3)$ ਹੋਣ ਤਾਂ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ D ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਉੱਤਰ: A ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ $(3, 3)$,
B ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ $(-3, 3)$ ਅਤੇ
D ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ $(3, -3)$ ਹਨ।

9. ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਭੁਜ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(1, 7)$ ਅਤੇ $B(5, 3)$ ਨੂੰ $2:3$ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

ਉੱਤਰ: $x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$
 $x = \frac{2(5) + 3(1)}{2+3}$
 $x = \frac{10+3}{5}$
 $x = \frac{13}{5}$

10. ਜੇ ਤਿਕੋਣ ABC ਦੇ ਸਿਖਰ A(2,3), B(4,3), C(6,1) ਹੋਣ ਤਾਂ AB, BC ਅਤੇ AC ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ D, E ਅਤੇ F ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: AB ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ D ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

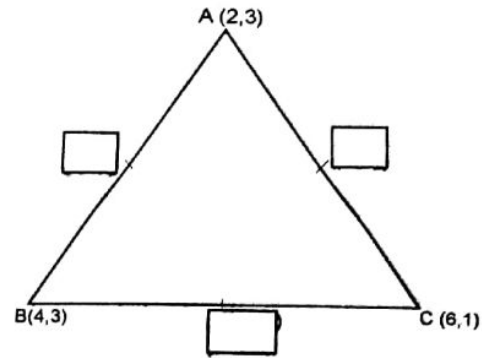
$$\therefore D(3,3)$$

BC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ E ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ

$$x = \frac{4+6}{2} = \frac{10}{2} = 5, \quad y = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

AC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ F ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ

$$x = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4, \quad y = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$



11. ਜੇ ਬਿੰਦੂ A(7,2), B(5,1), C(0,k) ਸਮਰੇਖੀ ਹੋਣ ਤਾਂ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉੱਤਰ: ΔABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 0 (ਜਦੋਂ ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ ਸਮਰੇਖੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਤਿੰਨ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜ਼ੀਰੋ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।)

$$= \frac{1}{2}(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)) = 0$$

$$\frac{1}{2}(7(1-k) + 5(k-2) + 0(2-1)) = 0 \Rightarrow 7 - 7k + 5k - 10 = 0$$

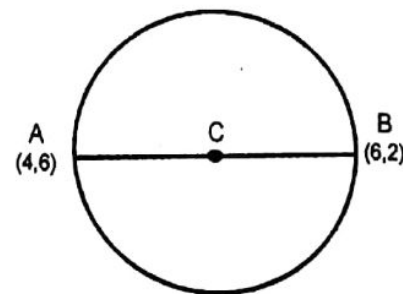
$$\Rightarrow -2k - 3 = 0$$

$$\Rightarrow -2k = 3$$

$$\Rightarrow k = \frac{3}{-2}$$

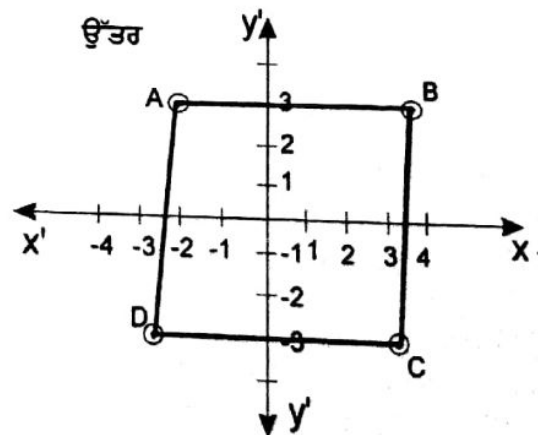
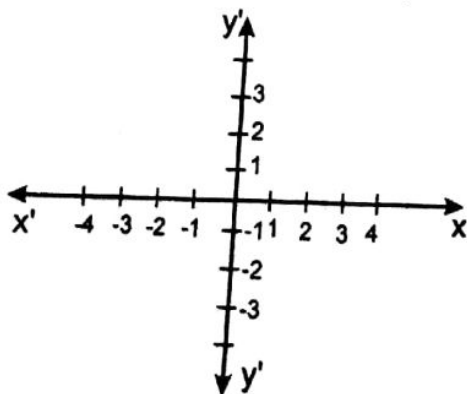
12. ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਵਿਆਸ AB ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ ਤਾਂ ਕੇਂਦਰ C ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\begin{aligned} \text{ਉੱਤਰ: } C(x, y) &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{4+6}{2}, \frac{6+2}{2} \right) = \left(\frac{10}{2}, \frac{8}{2} \right) = (5, 4) \end{aligned}$$



13. ਦਿੱਤੇ ਗ੍ਰਾਫ ਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।

$$A(-2,3), B(4,3), C(3,-3), D(-3,-3)$$



ਅਧਿਆਇ 8
(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ} = \frac{\cot(90^\circ - 65^\circ)}{\cot 25^\circ} = \frac{\cot 25^\circ}{\cot 25^\circ} = 1 \because (\tan A = \cot(90^\circ - A))$

2. $5 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $5 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta$
 $= 5 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) (\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$
 $= 5 \times 1 = 5$

3. $2 \tan^2 45^\circ$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : $2 \tan^2 45^\circ$
 $= 2(1)^2 (\because \tan 45^\circ = 1)$
 $= 2 \times 1 \times 1 = 2$

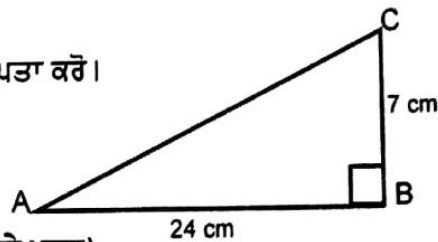
4. $4 \sin 30^\circ \cos 60^\circ$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $4 \sin 30^\circ \cos 60^\circ$
 $= 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2})$
 $= 1$

5. $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਦਾ ਕੋਣ B ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਹੈ।

$AB = 24 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$ ਤਾਂ $\tan A$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ, $\angle B = 90^\circ$
 $\therefore \tan A = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{24}$



(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

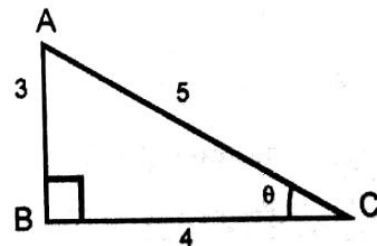
6. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\sin \theta$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$\cos \theta = \frac{\text{ਅਧਾਰ}}{\text{ਕਰਨ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{ਕਰਨ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$$



7. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

ਹੱਲ : $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\because \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ਅਤੇ } \sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2})$
 $= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$
 $= \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

8. $\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$ ਨੂੰ 0° ਅਤੇ 45° ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਤਰੀਕਮਿਤਰੀ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ। $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

ਹੱਲ : $\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$
 $= \sin(90^\circ - 23^\circ) + \cos(90^\circ - 15^\circ)$ ($\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ ਅਤੇ $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$)
 $\cos 23^\circ + \sin 15^\circ$

9. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ$

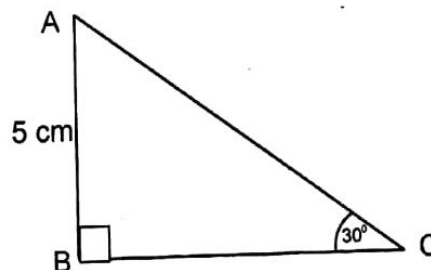
ਹੱਲ : $\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ$
 $\sin 25^\circ \cos(90^\circ - 25^\circ) + \cos 25^\circ \sin(90^\circ - 25^\circ)$
 $= \sin 25^\circ \sin 25^\circ + \cos 25^\circ \cos 25^\circ$
 $= \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ$ ($\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$)
 $= 1$

10. $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ ਜਿਸ ਦਾ ਕੋਣ B ਸਮਕੋਣ ਹੈ, $AB = 5\text{cm}$, $\angle ACB = 30^\circ$ (ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ) ਭੁਜਾ BC ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਸਮਕੋਣੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ, $\angle B = 90^\circ$
 $\angle ACB = 30^\circ$ ਅਤੇ $AB = 5\text{cm}$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ$$

ਜਾਂ $\frac{5}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ($\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$)
 $\therefore BC = 5\sqrt{3}\text{cm}$



ਅਧਿਆਇ-9

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

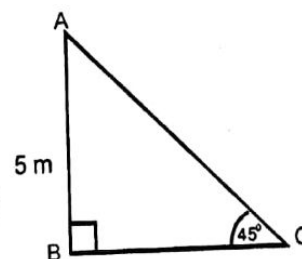
1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $AB = 5$ ਮੀਟਰ ਤਾਂ BC ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ ਸਮਕੋਣੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ $\angle B = 90^\circ$

$\angle C = 45^\circ$ ਅਤੇ $AB = 5\text{cm}$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \tan 45^\circ \quad \text{ਜਾਂ} \quad \frac{5}{BC} = 1 \quad (\because \tan 45^\circ = 1)$$

$$\therefore BC = 5\text{ਮੀਟਰ}$$

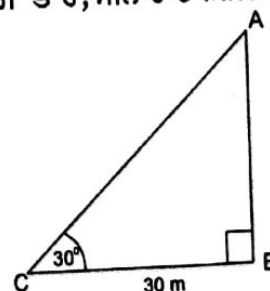


2. ਜ਼ਮੀਨ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਜੋ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਅਧਾਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ 30m ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ, ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ 30° ਹੈ। ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ AB ਮੀਨਾਰ ਹੈ

ਜ਼ਮੀਨ ਤੇ ਬਿੰਦੂ C ਤੋਂ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ 30° ਹੈ।
 ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਸਿਰੇ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ C ਦੀ ਦੂਰੀ = 30m

$$\text{ਸਮਕੋਣੀ } \triangle ABC \text{ ਵਿੱਚ } \frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ$$



$$\text{ਜਾਂ } \frac{AB}{30} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ ਜਾਂ } AB = 30 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\therefore \text{ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ} = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

3. ਸਰਕਸ ਦਾ ਇੱਕ ਕਲਾਕਾਰ ਇੱਕ 20m ਲੰਬੀ ਰੱਸੀ 'ਤੇ ਚੜ੍ਹ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੋ ਪੂਰੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਤਣੀ ਹੋਈ ਹੈ ਅਤੇ ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਸਿੱਧੇ ਖੜੇ ਖੰਬੇ ਦੇ ਸਿਖਰ ਨਾਲ ਬੰਨੀ ਹੋਈ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਰੱਸੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਤਲ ਨਾਲ 30° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਖੰਬੇ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਰੱਸੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $AC = 20\text{m}$

ਖੰਬੇ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ $\angle C = 30^\circ$

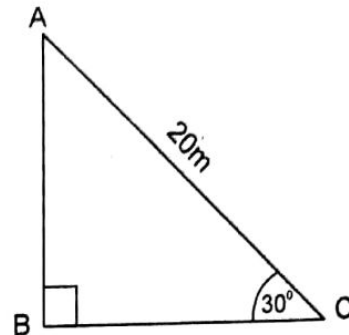
ਖੰਬੇ ਦੀ ਉੱਚਾਈ = AB

ਸਮਕੋਣੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ

$$\frac{AB}{AC} = \sin 30^\circ \text{ ਜਾਂ } \frac{AB}{20} = \frac{1}{2} \because (\sin 30^\circ = \frac{1}{2})$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} \times 20 = 10\text{m}$$

$$\therefore \text{ਖੰਬੇ ਦੀ ਉੱਚਾਈ} = 10\text{m}$$



4. ਧਰਤੀ 'ਤੇ ਇੱਕ ਮੀਨਾਰ ਸਿੱਧੀ (vertically) ਖੜੀ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਜੋ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਅਧਾਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ 15m ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ, ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ 60° ਹੈ, ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ AB ਇੱਕ ਮੀਨਾਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

CB ਮੀਨਾਰ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਹੈ।

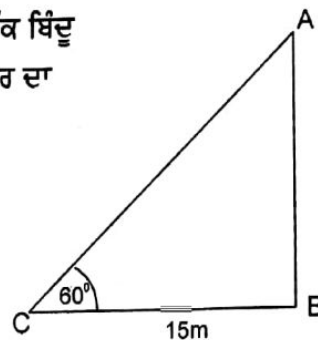
$\angle ACB = 60^\circ$ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ ਹੈ।

$\therefore$ ਸਮਕੋਣੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ

$$\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$$

$$\frac{AB}{15} = \sqrt{3} \because (\tan 60^\circ = \sqrt{3})$$

$$\therefore AB = 15\sqrt{3}\text{m} \therefore (\text{ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉੱਚਾਈ} = 15\sqrt{3} \text{ m})$$



5. ਜ਼ਮੀਨ ਤੋਂ 60m ਦੀ ਉੱਚਾਈ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪਤੰਗ ਉੱਡ ਰਹੀ ਹੈ। ਪਤੰਗ ਨਾਲ ਲੱਗੇ ਧਾਗੇ ਨੂੰ ਅਸਥਾਈ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਜ਼ਮੀਨ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਨਾਲ ਬੰਨ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ ਧਾਗੇ ਦਾ ਝੁਕਾਅ 60° ਹੈ। ਇਹ ਮੰਨ ਕੇ ਕਿ ਧਾਗੇ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਵਿੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਧਾਗੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ AC ਧਾਗੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਹੈ ਅਤੇ

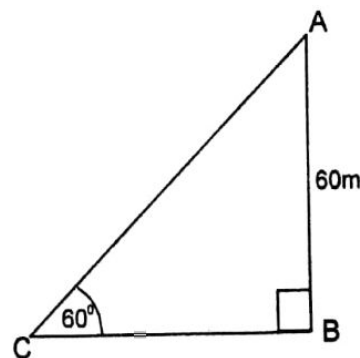
AB ਪਤੰਗ ਦੀ ਉੱਚਾਈ ਹੈ

ਧਾਗਾ ਜ਼ਮੀਨ ਨਾਲ 60° ਦਾ ਉੱਚਾਣ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ

$$\therefore AB = 60\text{m}, \angle ACB = 60^\circ$$

ਸਮਕੋਣੀ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ

$$\frac{AC}{AB} = \operatorname{cosec} 60^\circ$$



ਜਾਂ $\frac{AC}{60} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ($\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$)

ਜਾਂ $AC = 60 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{120\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}\text{m}$

$\therefore$ ਧਾਗੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $= 40\sqrt{3}\text{m}$

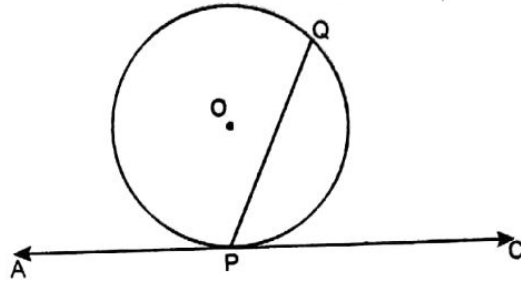
ਅਧਿਆਇ -10

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲਿਖੋ :

- (i) ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦਾ ਨਾਮ
- (ii) ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ
- (iii) ਜੀਵਾ ਦਾ ਨਾਮ

- ਉੱਤਰ : (i) ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ AC
(ii) ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ P
(iii) ਜੀਵਾ PQ



2. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ PA=5 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ PB ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇਕਰ $PA = 5$ ਸਮ

ਤਾਂ $PB = 5$ ਸਮ ਹੋਵੇਗੀ।

3. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਜੀਵਾ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ 10 cm ਹੈ, O ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਹੈ। $OM \perp AB$ ਤਾਂ AM ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $AB = 10\text{cm}$

$OM \perp AB$

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਜੀਵਾ 'ਤੇ ਖਿੱਚਿਆ ਲੰਬ ਜੀਵਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਕ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{cm}$

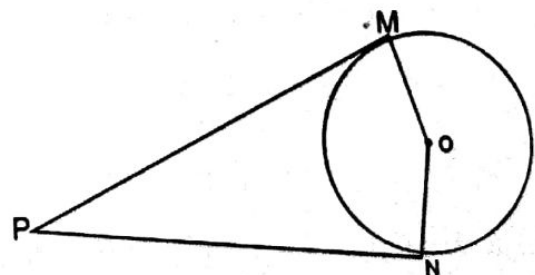
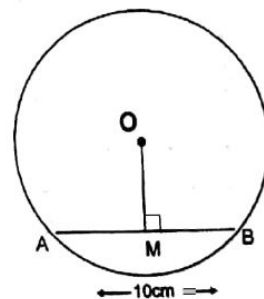
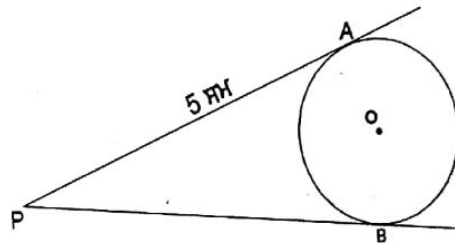
4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ PM ਅਤੇ PN ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

(i) $\angle OMP, \angle ONP$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(ii) ਕੀ $PM = PN$ ਹੈ?

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ, ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਨਾਲ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ 90° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

$\therefore \angle OMP = \angle ONP = 90^\circ$



- (ii) ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

$$\therefore PM = PN$$

5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਲਿਖੋ:

- (i) ਛੇਦਕ ਰੇਖਾ ਦਾ ਨਾਮ
- (ii) ਵਿਆਸ
- (iii) ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜੀਵਾ

ਹੱਲ :

- (i) ਛੇਦਕ ਰੇਖਾ PAB
- (ii) ਵਿਆਸ CD
- (iii) ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਜੀਵਾ CD

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

6. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle BPO$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $\triangle PAO$ ਅਤੇ $\triangle PBO$ ਵਿੱਚ

$$\angle OAP = \angle OBP \text{ (ਹਰੇਕ } 90^\circ)$$

$$PA = PB \text{ (ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ)}$$

$$PO = PO \text{ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)}$$

ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਦੇ RHS ਨਿਯਮ ਨਾਲ

$$\triangle PAO \cong \triangle PBO$$

$$\therefore \angle APO = \angle BPO \text{ (c.p.c.t.)}$$

$$\text{ਪਰ } \angle APO = 30^\circ \text{ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)}$$

$$\therefore \angle BPO = 30^\circ$$

7. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ OP ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : PA ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ, OA ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਹੈ।

$$\angle PAO = 90^\circ$$

$\therefore$ ਸਮਕੋਣੀ $\triangle PAO$ ਵਿੱਚ

$$OP^2 = AP^2 + OA^2$$

$$OP^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$OP^2 = 64 + 36 = 100$$

$$OP^2 = 10^2 \text{ ਜਾਂ } OP = 10 \text{ cm}$$

8. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ AB ਅਤੇ AC ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $AP = AQ = 5 \text{ cm}$ (ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ)

$$BP = BR = 6 \text{ cm} \text{ (ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ)}$$

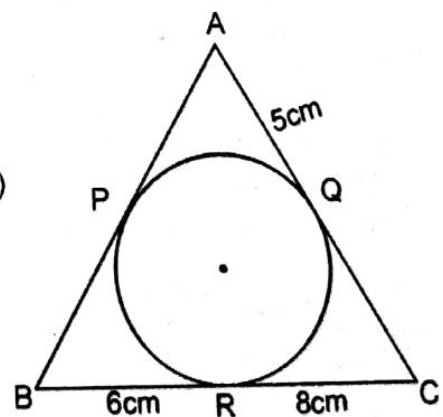
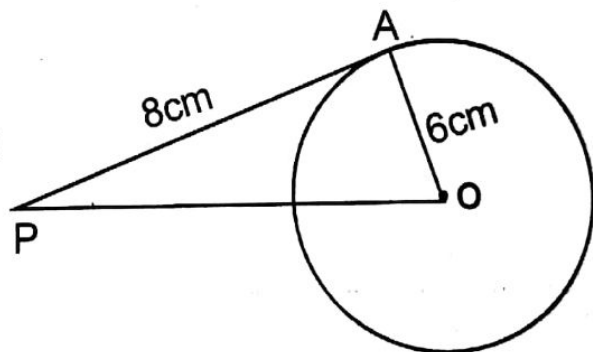
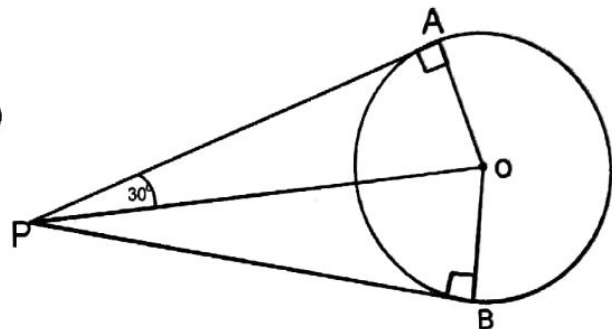
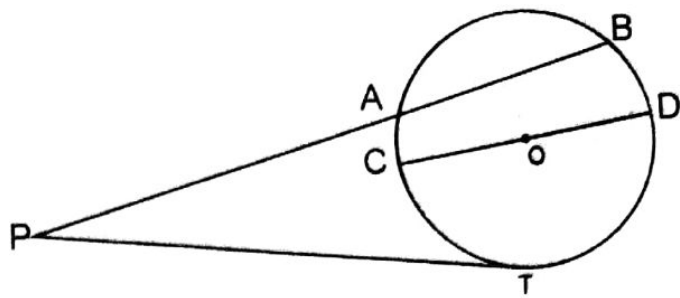
$$CR = CQ = 8 \text{ cm} \text{ (ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ)}$$

$$\therefore \text{ਭੁਜਾ } AB = AP + BP = 5 + 6 = 11 \text{ cm}$$

$$\text{ਭੁਜਾ } AC = AQ + QC = 5 + 8 = 13 \text{ cm}$$

9. ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ, ਜੋ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 5 cm ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ, ਚੱਕਰ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4 cm ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ, ਜਿਸ ਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ। OP ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਥ ਵਿਆਸ ਹੈ। AP ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ $= 4 \text{ cm}$



ਬਿੰਦੂ A ਦੀ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ $AO = 5\text{cm}$ ਅਤੇ $\angle APO = 90^\circ$

ਸਮਕੋਣੀ $\triangle APO$ ਵਿੱਚ

$$OA^2 = AP^2 + OP^2$$

$$(5)^2 = (4)^2 + OP^2$$

$$25 = 16 + OP^2$$

ਜਾਂ $OP^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$

$$\therefore OP = 3\text{cm}$$

10. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਜੇਕਰ TP, TQ ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ 'ਤੇ ਦੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ $\angle POQ = 110^\circ$ ਤਾਂ $\angle PTQ$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਚਤੁਰਭੁਜ OQTP ਵਿੱਚ

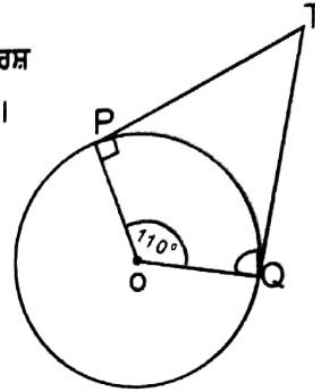
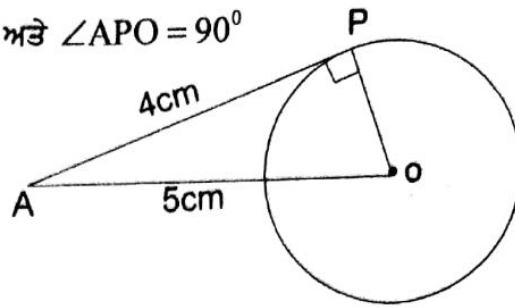
$$\angle PTQ + \angle OPT + \angle OQT + \angle POQ = 360^\circ$$

(ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ)

$$\angle PTQ + 90^\circ + 90^\circ + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\angle PTQ + 290^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle PTQ = 360^\circ - 290^\circ = 70^\circ$$



ਅਧਿਆਇ 11

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

Q. 1. ਇੱਕ 10 ਸਮ ਲੰਬਾ ਰੇਖਾਖੰਡ ਲਓ। ਇਸ ਨੂੰ 5 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ: 1. ਇੱਕ 10 ਸਮ ਲੰਬਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਖਿੱਚੋ।

2. ਬਿੰਦੂ A 'ਤੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ AX ਖਿੱਚੋ।

3. ਬਿੰਦੂ B 'ਤੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ AX ਤੋਂ ਉਲਟ ਕਿਰਨ BY ਖਿੱਚੋ।

4. ਕਿਰਨ AX 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ

ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ ਹੋਵੇ।

5. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਰਨ BY 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ

$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ ਹੋਵੇ।

6. A ਨੂੰ B_5 , A_1 ਨੂੰ B_4 , A_2 ਨੂੰ B_3 , A_3 ਨੂੰ B_2 , A_4 ਨੂੰ B_1 , A_5 ਨੂੰ B ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।

7. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾਖੰਡ AB, 5 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ।

Q. 2. ਇੱਕ 6 ਸਮ ਲੰਬਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਲਓ। ਇਸ ਨੂੰ 3 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

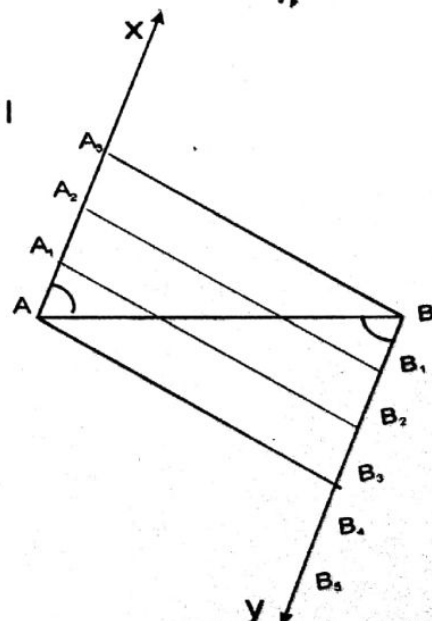
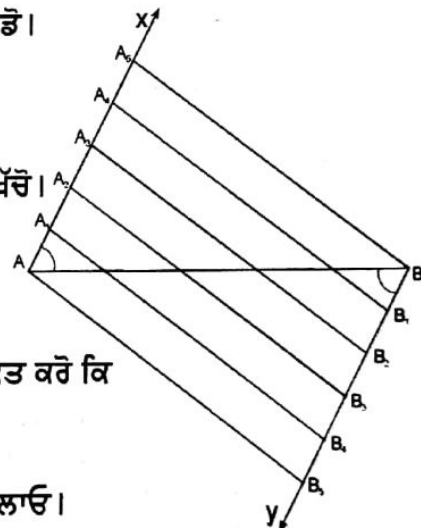
ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ: 1. ਇੱਕ 6 ਸਮ ਲੰਬਾ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AB ਖਿੱਚੋ।

2. ਬਿੰਦੂ A 'ਤੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ AX ਖਿੱਚੋ।

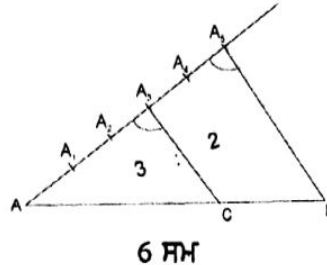
3. ਬਿੰਦੂ B 'ਤੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ AX ਤੋਂ ਉਲਟ ਕਿਰਨ BY ਖਿੱਚੋ।

4. ਕਿਰਨ AY 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ A_1, A_2, A_3 ਬਿੰਦੂ ਇਸ

ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ ਹੋਵੇ।



5. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਿਰਨ BY 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ B_1, B_2, B_3 , ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$ ਹੋਵੇ।
 6. A ਨੂੰ B_3 , A_1 ਨੂੰ B_2 , A_2 ਨੂੰ B_1 , ਅਤੇ A_3 ਨੂੰ B ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।
 7. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾਖੰਡ AB , 3 ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਗਿਆ।
- Q. 3. 6 ਸਮ ਲੰਬੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ 3:2 ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।



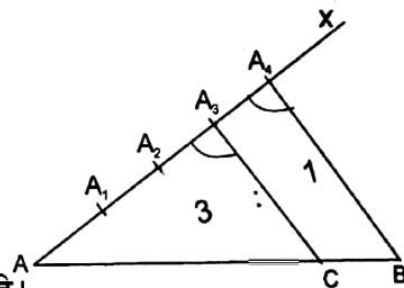
ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ :-

1. ਰੇਖਾ ਖੰਡ $AB = 6$ ਸਮ ਲਓ।
2. AB ਤੋਂ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ ਬਿੰਦੂ A ਖਿੱਚੋ।
3. ਕਿਰਨ AX 'ਤੇ 5 ਬਿੰਦੂ A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ ਹੋਵੇ।
4. BA_5 ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।
5. ਬਿੰਦੂ A_3 ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ A_5B ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ AB ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ C ਕੱਟਦੀ ਹੋਈ ਖਿੱਚੋ। ਹੁਣ $AC:CB = 3:2$ ਹੈ।

Q. 4. 8 ਸਮ ਲੰਬੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ 3:1 ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡੋ।

ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ :- 1. ਰੇਖਾ ਖੰਡ $AB = 8$ ਸਮ ਲਓ।

2. AB ਤੋਂ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਕਿਰਨ ਬਿੰਦੂ A ਖਿੱਚੋ।
3. ਕਿਰਨ AX 'ਤੇ ਬਿੰਦੂ A_1, A_2, A_3, A_4 , ਬਿੰਦੂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$ ਹੋਵੇ।
4. BA_4 ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।
5. ਬਿੰਦੂ A_3 ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ A_4B ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ AB ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ C ਕੱਟਦੀ ਹੋਈ ਖਿੱਚੋ। ਹੁਣ $AC:CB = 3:1$ ਹੈ।

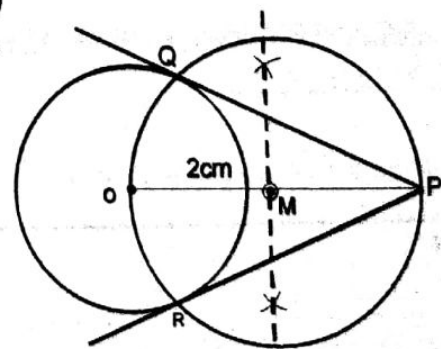


(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

Q5. ਇੱਕ 2 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਇਸਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 5 ਸਮ ਦੂਰੀ ਤੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ।

ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ:

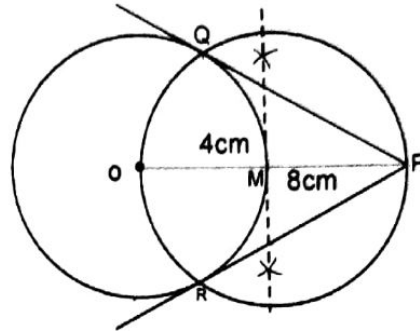
1. ਕੇਂਦਰ O ਲੈ ਕੇ 2 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ।
2. ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 5 cm ਦੂਰ ਬਿੰਦੂ P ਲਓ।



3. PO ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰੋ। ਮੰਨ ਲਓ PO ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ M ਹੈ।
4. M ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ OM ਅਰਧਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਜਿਹੜਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚੱਕਰ ਨੂੰ Q ਅਤੇ R 'ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ।
5. P ਨੂੰ Q ਅਤੇ R ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ ਤਾਂ PQ ਅਤੇ PR ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

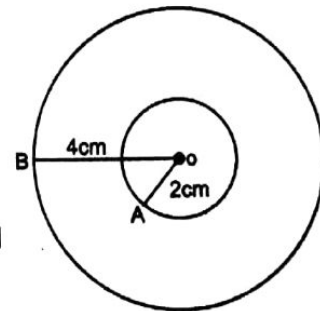
Q6. 4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 8 ਸਮ ਦੂਰੀ ਤੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ।

ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ:



1. 4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚਕੇ ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ 8 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਬਿੰਦੂ P ਲਓ।
 2. OP ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰੋ। ਮੰਨ ਲਓ PO ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ M ਹੈ।
 3. M ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਅਤੇ OM ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਜਿਹੜਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਚੱਕਰ ਨੂੰ Q ਅਤੇ R 'ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ।
 4. P ਨੂੰ Q ਅਤੇ R ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ।
 5. ਤਾਂ, PQ ਅਤੇ PR ਲੋੜੀਂਦੀਆਂ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।
- Q7. ਦੋ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਅਤੇ 2 ਸਮ ਹੋਵੇ।

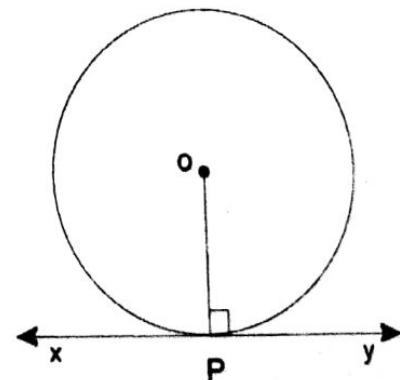
ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ:



1. ਇੱਕ ਤੱਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ O ਲਓ।
2. O ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 2 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਦਾ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ।
3. O ਨੂੰ ਹੀ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ 4 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ।
4. ਉਹ ਚੱਕਰ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ ਇੱਕ ਹੀ ਹੋਵੇ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

Q8. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਉੱਪਰ ਬਿੰਦੂ P ਲਓ। ਇਸ ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ O ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ। ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।

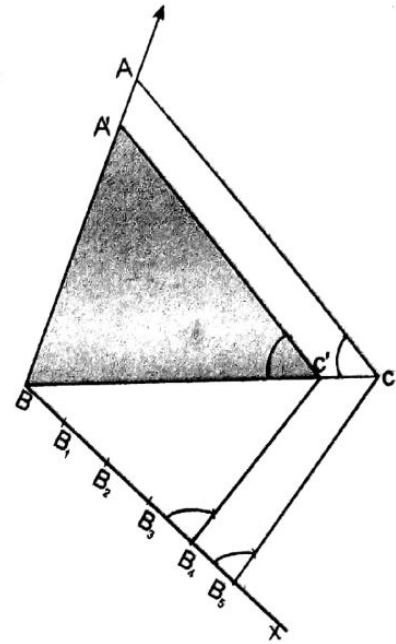
ਰਚਨਾ ਦੇ ਪਗ:



1. ਇੱਕ ਤੱਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ O ਲਓ।
2. O ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਮੰਨ ਕੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ।
3. ਇਸ ਚੱਕਰ ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਲਓ।
4. OP ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।
5. OP ਰੇਖਾ ਖੰਡ 'ਤੇ P 'ਤੇ 90° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਓ।
6. XPY ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
7. ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ XPY ਬਿੰਦੂ P 'ਤੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ।

Q9. ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਲਓ। ਹੁਣ ਇੱਕ ਹੋਰ ਤਿਕੋਣ ਬਣਾਉ ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀ ਤਿਕੋਣ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ $\frac{4}{5}$ ਹੁਣਾ ਹੋਣ।

1. ਬਿੰਦੂ B ਤੋਂ ਸਿਖਰ A ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਨਿਊਨ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਇੱਕ ਕਿਰਨ BX ਖਿੱਚੋ।
2. 5 ਬਿੰਦੂ B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 BX 'ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ ਕਿ $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ ਹੋਵੇ।
3. B_5 ਨੂੰ C ਨਾਲ ਮਿਲਾਓ ਅਤੇ B_4 ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ B_5C ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ B_4C' ਖਿੱਚੋ।
4. C ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੀ CA ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ $C'A'$ ਖਿੱਚੋ। ਤਾਂ $A'BC'$ ਲੋੜੀਂਦਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।



ਅਧਿਆਇ-12

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 7 ਸਮ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 7 ਸਮ

ਚੱਕਰ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ ਸਮ}$$

2. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦਾ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ = 14 ਸਮ

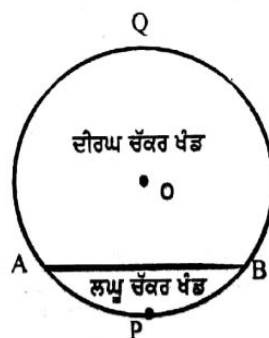
$$\text{ਅਰਧ ਵਿਆਸ} = \frac{14}{2} = 7 \text{ ਸਮ}$$

$$\text{ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \pi r^2 = \frac{22 \times 7 \times 7}{7} = 154 \text{ ਸਮ}^2$$

3. ਕੋਈ ਚਾਰ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: ਸਾਈਕਲ ਦਾ ਪਹੀਆ, ਵਾਸ਼ਰ, ਵੰਗਾਂ, ਪਾਪੜ, ਡਾਰਟ ਬੋਰਡ

4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਅਤੇ ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦੇ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

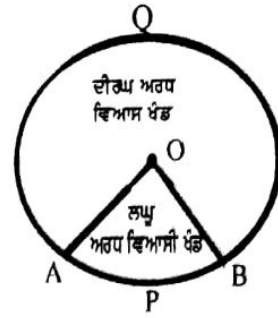


ਉੱਤਰ: ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ : AQB

ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ : APB

5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਤੇ ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: ਦੀਰਘ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ (major sector): OAQB
ਲਘੂ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ (minor sector): OAPB



ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦਾ ਘੇਰਾ 22 ਸਮ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ = 22 ਸਮ

$$2\pi r = 22$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$\therefore r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2} \text{ ਸਮ} = 3.5 \text{ ਸਮ}$$

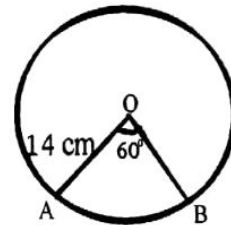
(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

7. ਅਰਧ ਵਿਆਸ 14 cm ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਚਾਪ ਕੇਂਦਰ 'ਤੇ 60° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 14 cm

ਕੇਂਦਰੀ ਕੋਣ $\theta = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times \frac{60}{360} = \frac{44}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$



8. ਅਰਧ ਵਿਆਸ 21 cm ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਇੱਕ ਚਾਪ ਕੇਂਦਰ 'ਤੇ 60° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਚਾਪ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 21 cm

ਕੇਂਦਰੀ ਕੋਣ $\theta = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{ਅਰਧ ਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{60}{360} = 231 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

9. 15 m ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਘਾਹ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਦੇ ਇੱਕ ਕੋਨੇ 'ਤੇ ਲੱਗੇ ਕਿੱਲੇ ਨਾਲ ਘੋੜੇ ਨੂੰ 5 m ਲੰਬੀ ਰੱਸੀ ਨਾਲ ਬੰਨਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਮੈਦਾਨ ਦੇ ਉਸ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿੱਥੇ ਘੋੜਾ ਚਰ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 15 m

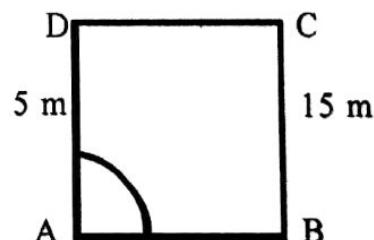
ਕੋਨੇ ਤੇ ਬੰਨੇ ਘੋੜੇ ਦੀ ਰੱਸੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 5 m

ਵਰਗ ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ = 90°

ਮੈਦਾਨ ਦੇ ਉਸ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਿੱਥੇ ਘੋੜਾ ਚਰ

$$\text{ਸਕਦਾ ਹੈ} = \pi r^2 \frac{\theta}{360}$$

$$= 3.14 \times 5 \times 5 \times \frac{90}{360} = \frac{39.25}{2} = 19.625 \text{ m}^2$$



10. ਇੱਕ ਵਰਗ ਜਿਸ ਦੀ ਭੁਜਾ 21 ਸਮ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 7 ਸਮ ਹੈ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਵਰਗ ਦੀ ਭੁਜਾ = 21 ਸਮ

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਭੁਜਾ)²

$$= (21)^2 = 21 \times 21 = 441 \text{ ਸਮ}^2$$

ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 7 ਸਮ

ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{ ਸਮ}^2$$

ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $441 - 154 = 287 \text{ ਸਮ}^2$

11. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰੰਗੀਨ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ ABCD ਭੁਜਾ

14 ਸਮ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ ਅਤੇ APD ਅਤੇ BPC ਦੇ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਹਨ।

ਹੱਲ : ਵਰਗ ABCD ਦੀ ਭੁਜਾ = 14 ਸਮ

ਵਰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਭੁਜਾ²

$$= 14^2 = 196 \text{ ਸਮ}^2$$

ਇੱਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ APD ਦਾ ਵਿਆਸ = 14 ਸਮ

$$\text{ਅਰਧ ਵਿਆਸ} = \frac{14}{2} = 7 \text{ ਸਮ}$$

$$\text{ਇੱਕ ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 77 \text{ ਸਮ}^2$$

ਦੋਨੋਂ ਅਰਧ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $77 + 77 = 154 \text{ ਸਮ}^2$

ਬਾਕੀ ਰੰਗੀਨ ਭਾਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $196 - 154 = 42 \text{ ਸਮ}^2$

ਅਧਿਆਇ-13

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਰੇਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚੋਂ ਘਣਾਵ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ : (i) ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਡੱਬੀ (ii) ਚਾਕ ਦਾ ਡੱਬਾ (iii) ਕਿਤਾਬ

2. ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ ਦੇ ਆਇਤਨ ਦਾ ਸੂਤਰ ਲਿਖੋ।

$$\text{ਉੱਤਰ: } \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

3. ਇੱਕ ਗੋਲੇ ਦਾ ਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਕਿੰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ?

$$\begin{aligned} \text{ਉੱਤਰ: ਅਰਧ ਵਿਆਸ} &= \frac{\text{ਵਿਆਸ}}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2 \text{ ਸਮ} \end{aligned}$$

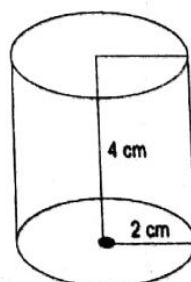
4. ਦਿੱਤੇ ਹੋਏ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ ਦੇਖ ਕੇ ਖਾਲੀ ਥਾਂ ਭਰੋ :

(i) $r =$ _____

(ii) $h =$ _____

ਉੱਤਰ: (i) $r = 2 \text{ cm}$

(ii) $h = 4 \text{ cm}$



5. ਮਿਲਾਨ ਕਰੋ :

- | | |
|--------------------------------|------------|
| (a) ਮਾਚਿਸ ਦੀ ਡੱਬੀ | (i) ਗੋਲਾ |
| (b) ਜੋਕਰ ਦੀ ਟੋਪੀ | (ii) ਘਣਾਵ |
| (c) ਫੁੱਟਬਾਲ | (iii) ਘਣ |
| (d) ਲੁੱਡੋ ਖੇਡਣ ਵਾਲੀ ਗੀਟੀ(ਪਾਸਾ) | (iv) ਸ਼ੰਕੂ |

ਉੱਤਰ: (a) $\rightarrow$ (ii), (b) $\rightarrow$ (iv), (c) $\rightarrow$ (i), (d) $\rightarrow$ (iii)

6. ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ ਦਾ ਇਸ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਨਾਲ ਕੀ ਸੰਬੰਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

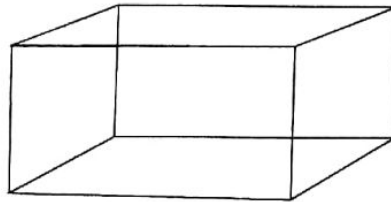
ਉੱਤਰ: ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ = ℓ

ਅਰਧ ਵਿਆਸ = r

ਉਚਾਈ = h

$$\ell^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{h^2 + r^2}$$

7. ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਦਾ ਚਿੱਤਰ ਬਣਾਉ। ਇਸ ਦੇ ਫਲਕਾਂ ਅਤੇ ਕਿਨਾਰਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਲਿਖੋ।



ਉੱਤਰ: ਫਲਕ = 6

ਕਿਨਾਰੇ = 12

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

8. ਇੱਕ ਘਣ ਦਾ ਕਿਨਾਰਾ 4cm ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉੱਤਰ: ਘਣ ਦਾ ਕਿਨਾਰਾ = $a = 4\text{cm}$

ਘਣ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $6a^2$

$$= 6 \times 4 \times 4 = 96\text{cm}^2$$

9. ਇੱਕ ਵੇਲਣ ਦਾ ਵਿਆਸ 14cm ਅਤੇ ਉਚਾਈ 10cm ਹੈ। ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉੱਤਰ: ਵੇਲਣ ਦਾ ਵਿਆਸ = 14cm

$$\text{ਅਰਧ ਵਿਆਸ } r = \frac{14}{2} = 7\text{cm}$$

ਉਚਾਈ $h = 10\text{cm}$

ਆਇਤਨ = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$$

$$= 1540\text{cm}^3$$

10. ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸ ਦੀ ਉਚਾਈ 21cm ਅਤੇ ਅਧਾਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 6cm ਹੈ।

ਉੱਤਰ: ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ = 21cm

ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਅਧਾਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ $r = 6\text{cm}$

$$\text{ਸ਼ੰਕੂ ਦਾ ਆਇਤਨ} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 21$$

$$= 792 \text{cm}^3$$

11. ਇੱਕ ਅਰਧ ਗੋਲੇ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਰਧ ਗੋਲੇ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ $r = 14$ ਸਮ

$$\text{ਅਰਧ ਗੋਲੇ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = 2\pi r^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 1232 \text{ਸਮ}^2$$

12. ਇੱਕ ਘਣ ਦਾ ਆਇਤਨ 64cm^3 ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : ਘਣ ਦਾ ਆਇਤਨ} = (\text{ਭੁਜਾ})^3$$

$$(\text{ਭੁਜਾ})^3 = 64 \text{cm}^3$$

$$(\text{ਭੁਜਾ})^3 = (4)^3$$

$$(\text{ਭੁਜਾ}) = 4 \text{cm}$$

13. $5 \text{cm} \times 10 \text{cm} \times 4 \text{cm}$ ਪਸਾਰ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ} = \ell \times b \times h$$

$$= 5 \times 10 \times 4$$

$$= 200 \text{cm}^3$$

14. ਇੱਕ ਅਰਧ ਗੋਲਾਕਾਰ ਕਟੋਰੀ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾ ਦੁੱਧ ਆ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 7cm ਹੈ।

$$\text{ਹੱਲ : ਅਰਧ ਗੋਲਾਕਾਰ ਕਟੋਰੀ ਦਾ ਆਇਤਨ} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= \frac{2156}{3} \text{cm}^3 \text{ ਜਾਂ } 718.67 \text{cm}^3$$

ਅਧਿਆਇ -14

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 100-150 ਦੀ ਉੱਪਰਲੀ ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ ਲਿਖੋ।

$$\text{ਉੱਪਰਲੀ ਸੀਮਾ} = 150$$

$$\text{ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ} = 100$$

2. ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 10-30 ਦਾ ਵਰਗ ਚਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :

$$\text{ਵਰਗ ਚਿੰਨ} = \frac{\text{ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ} + \text{ਉੱਪਰਲੀ ਸੀਮਾ}}{2}$$

$$= \frac{10 + 30}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

3. ਅੰਕੜਿਆਂ 2,9,7,8,14 ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ}}{\text{ਪ੍ਰੇਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}}$$

$$= \frac{2+9+7+8+14}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

4. ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਪਹਿਲੀਆਂ ਪੰਜ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ = 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

5. ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਤਿੰਨ ਵਿਧੀਆਂ ਦੇ ਨਾਂ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ: (i) ਪ੍ਰਤੱਖ ਵਿਧੀ

(ii) ਕਾਲਪਨਿਕ ਮੱਧਮਾਨ ਵਿਧੀ

(iii) ਪਗ ਵਿਚਲਣ ਵਿਧੀ

6. ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 60-100 ਦਾ ਵਰਗ ਮਾਪ ਕਿੰਨਾ ਹੈ?

ਉੱਤਰ: ਵਰਗ ਮਾਪ = ਉੱਪਰਲੀ ਸੀਮਾ-ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ

$$= 100 - 60 = 40$$

$$7. \text{ ਮੱਧਿਕਾ} = \ell + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h \text{ ਵਿੱਚ } \ell \text{ ਅਤੇ } f \text{ ਤੋਂ ਕੀ ਭਾਵ ਹੈ?}$$

ਹੱਲ: ℓ = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ

f = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ

8. 6, 7, 9, 5, 4, 8, 7, 3, 2 ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਵਧਦਾ ਕ੍ਰਮ = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9

ਪ੍ਰਖਣਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 9 ਅਤੇ 9 ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{ਵਾਂ ਪਦ}$$

$$= \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ਵਾਂ ਪਦ}$$

ਮੱਧਿਕਾ = ਪੰਜਵਾਂ ਪਦ ਭਾਵ 6 ਹੈ।

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

9. ਕਿਸੇ ਮੁਹੱਲੇ ਦੇ 20 ਘਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਪੌਦਿਆਂ ਦੇ ਅੰਕੜੇ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਮੱਧਮਾਨ ਪੌਦਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪੌਦਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
ਘਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	1	2	1	5	6	2	3

ਹੱਲ :

ਪੌਦਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਘਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ f_i	ਵਰਗ ਚਿੰਨ੍ਹ x_i	$f_i x_i$
0-2	1	1	1
2-4	2	3	6
4-6	1	5	5
6-8	5	7	35

8-10	6	9	54
10-12	2	11	22
12-14	3	13	39
	$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 162$

ਉਪਰੋਕਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਤੋਂ

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{162}{20} = 8.1$$

10. ਕਿਸੇ ਸਕੂਲ ਦੀ ਦਸਵੀਂ ਜਮਾਤ ਦੇ 20 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਸਾਇੰਸ ਦੇ ਪੇਪਰ ਵਿੱਚ 100 ਵਿੱਚੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਗਏ ਅੰਕ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਮੱਧਮਾਨ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	10	20	36	40	50
ਵਿਦਿ: ਦੀ ਸੰਖਿਆ	4	3	5	6	2

ਹੱਲ:-

ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ x_i	ਵਿਦਿ: ਦੀ ਸੰਖਿਆ f_i	$f_i x_i$
10	4	40
20	3	60
36	5	180
40	6	240
50	2	100
	$\sum f_i = 20$	$\sum f_i x_i = 620$

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ } \bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{620}{20} = 31$$

11. ਕਿਸੇ ਜਮਾਤ ਦੇ 80 ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਅੰਕ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ਵਿਦਿ: ਦੀ ਸੰਖਿਆ	6	10	12	32	20

ਹੱਲ : ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਅਧਿਕਤਮ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ 32 ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਸੰਗਤ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 30-40 ਹੈ।

∴ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ 30-40

$$\therefore \ell = 30; f_1 = 32; f_0 = 12; f_2 = 20; h = 10$$

$$\text{ਬਹੁਲਕ} = \ell + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 30 + \left(\frac{32 - 12}{2(32) - 12 - 20} \right) \times 10$$

$$= 30 + \left(\frac{20}{64 - 32} \right) \times 10 = 30 + \frac{200}{32} = 30 + 6.25 = 36.25$$

12. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਾਰਣੀ ਕਿਸੇ ਪਿੰਡ ਦੇ 100 ਫਾਰਮਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀ ਹੈਕਟੇਅਰ ਕਣਕ ਦੇ ਉਤਪਾਦਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਤਪਾਦਨ	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ਫਾਰਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	2	8	12	24	38	16

ਉਪਰੋਕਤ ਵੰਡ ਨੂੰ ਵੱਧ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਹੱਲ :

ਉਤਪਾਦਨ	ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
50 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	100
55 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	98
60 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	90
65 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	78
70 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	54
75 ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ	16

13. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਵੰਡ ਕਿਸੇ ਫੈਕਟਰੀ ਦੇ 50 ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਆਮਦਨੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਆਮਦਨ	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	12	8	14	6	10

ਉਪਰੋਕਤ ਵੰਡ ਨੂੰ ਘੱਟ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਵੰਡ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

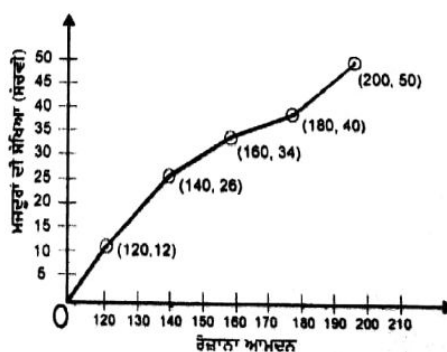
ਹੱਲ :

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਆਮਦਨ ਰੁਪਇਆਂ ਵਿੱਚ	ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
120 ਤੋਂ ਘੱਟ	12
140 ਤੋਂ ਘੱਟ	$12+8 = 20$
160 ਤੋਂ ਘੱਟ	$20+14 = 34$
180 ਤੋਂ ਘੱਟ	$34+6 = 40$
200 ਤੋਂ ਘੱਟ	$40+10 = 50$

14. ਹੇਠਾਂ ਲਿੱਖੀ ਸਾਰਣੀ ਦਾ ਤੋਰਣ ਖਿੱਚੋ।

ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਆਮਦਨ	120 ਤੋਂ ਘੱਟ	140 ਤੋਂ ਘੱਟ	160 ਤੋਂ ਘੱਟ	180 ਤੋਂ ਘੱਟ	200 ਤੋਂ ਘੱਟ
ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ (ਸੰਚਵੀਂ)	12	26	34	40	50

ਹੱਲ :



15. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	20	29	28	33	42	38	43	25
ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	6	28	24	15	2	4	1	20

ਹੱਲ : -ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਲਿਖਣ ਤੇ ਅਤੇ ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਾਰਣੀ ਬਣਾਉਣ ਤੇ

ਪ੍ਰਾਪਤ ਅੰਕ	ਵਿਦਿ: ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ cf
20	6	6
25	20	$6 + 20 = 26$
28	24	$26 + 24 = 50$
29	28	$26 + 24 = 78$
33	15	$78 + 15 = 93$
38	4	$93 + 4 = 97$
42	2	$97 + 2 = 99$
43	1	$99 + 1 = 100$
ਜੋੜ	100	

ਇੱਥੇ $n = 100$ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਹੈ। ਮੱਧਿਕਾ ਪ੍ਰੇਖਣ $\frac{n}{2}$ ਵੇਂ ਅਤੇ $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ ਵੇਂ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦਾ ਔਸਤ

ਹੋਵੇਗਾ ਭਾਵ 50ਵੇਂ ਅਤੇ 51ਵੇਂ ਪ੍ਰੇਖਣ ਦਾ ਔਸਤ

50ਵਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣ = 28

51ਵਾਂ ਪ੍ਰੇਖਣ = 29

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = \frac{28 + 29}{2} = \frac{57}{2} = 28.5$$

ਅਧਿਆਇ -15

(3 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

1. ਸੰਭਾਵਨਾ ਦਾ ਸੂਤਰ ਦੱਸੋ।

$$P(E) = \frac{\text{ਅਨੁਕੂਲ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}}{\text{ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮ}}$$

2. ਇੱਕ ਡੱਬੇ ਵਿੱਚ 5 ਲਾਲ ਅਤੇ 3 ਹਰੇ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਬੰਟਾ ਅਚਾਨਕ ਕੱਢਿਆ ਗਿਆ ਤਾਂ ਲਾਲ ਬੰਟੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਦੱਸੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਘਟਨਾ E 'ਇੱਕ ਲਾਲ ਬੰਟਾ ਹੋਣਾ' ਹੈ।

$$\text{ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ} = 5 + 3 = 8$$

$$P(E) = \frac{\text{ਅਨੁਕੂਲ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}}{\text{ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ}} = \frac{5}{8}$$

3. ਇੱਕ ਸਿੱਕਾ ਇੱਕ ਵਾਰ ਉਛਾਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਚਿੱਤ ਆਉਣ ਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ।

ਹੱਲ : ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ = 2

$$P(\text{ਚਿੱਤ}) = \frac{1}{2}$$

4. ਜੇਕਰ $P(E) = 0.05$ ਹੈ ਤਾਂ 'E ਨਹੀਂ' ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ?

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

$$= 1 - 0.05 = 0.95$$

5. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੁੱਟਦੇ ਹਾਂ, 4 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਣ ਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ?

ਹੱਲ: ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ = 6

4 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 2

$$P(4 \text{ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ)

6. ਇੱਕ ਬੈਲੇ ਵਿੱਚ 8 ਲਾਲ ਅਤੇ 5 ਕਾਲੀਆਂ ਗੋਦਾਂ ਹਨ। ਇਸ ਬੈਲੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੋਦ ਅਚਾਨਕ ਬਾਹਰ ਕੱਢੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੋਵੇਗੀ ਕਿ ਗੋਦ ਲਾਲ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ: ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ = $8 + 5 = 13$

ਲਾਲ ਗੋਦ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 8

$$P(\text{ਲਾਲ ਗੋਦ}) = \frac{8}{13}$$

7. ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 3 ਨੀਲੇ, 2 ਚਿੱਟੇ ਅਤੇ 4 ਲਾਲ ਬੰਟੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਇਸ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਬੰਟਾ ਅਚਾਨਕ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਇਹ ਬੰਟਾ ਚਿੱਟਾ ਹੈ?

ਹੱਲ: ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ = $3 + 2 + 4 = 9$

ਚਿੱਟੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 2

$$P(\text{ਚਿੱਟਾ}) = \frac{2}{9}$$

8. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। 2 ਅਤੇ 6 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮ = 6

2 ਅਤੇ 6 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਸਥਿਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ = $(3, 4, 5) = 3$

$$P(2 \text{ ਅਤੇ } 6 \text{ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆ}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

9. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮ = 6

ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ = $(1, 3, 5) = 3$

$$P(\text{ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

10. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੁੱਟਣ ਨਾਲ ਸੰਭਾਵਿਤ ਪਰਿਣਾਮ ਦੱਸੋ।

ਉੱਤਰ: ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮ = $1, 2, 3, 4, 5, 6 = 6$

11. ਇੱਕ ਬੱਚੇ ਕੋਲ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਪਾਸਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਫਲਕਾਂ ਉੱਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੱਖਰ ਅੰਕਿਤ ਹਨ।



ਇਸ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ E ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ ?

ਹੱਲ : ਕੁੱਲ ਪਰਿਣਾਮ = 6

E ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 2

$$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

12. ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਣ ਤੇ ਚਿੱਤ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਟ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਘੱਟ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਉੱਤਰ: ਸਿੱਕਾ ਉਛਾਲਣ ਤੇ ਚਿੱਤ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਟ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।